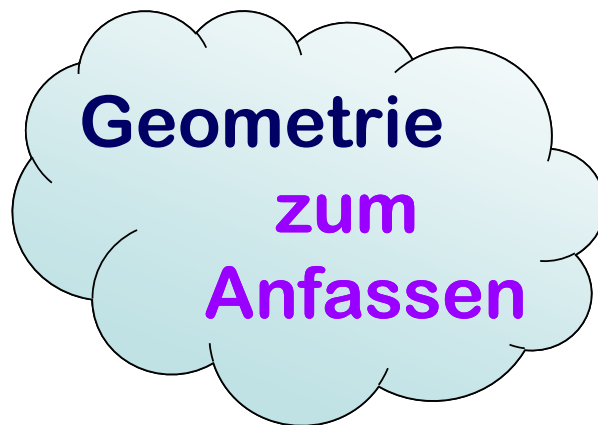
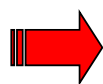




Wilfried Herget, Karin Richter
Martin-Luther-Universität
Halle-Wittenberg



Kopfgeometrie



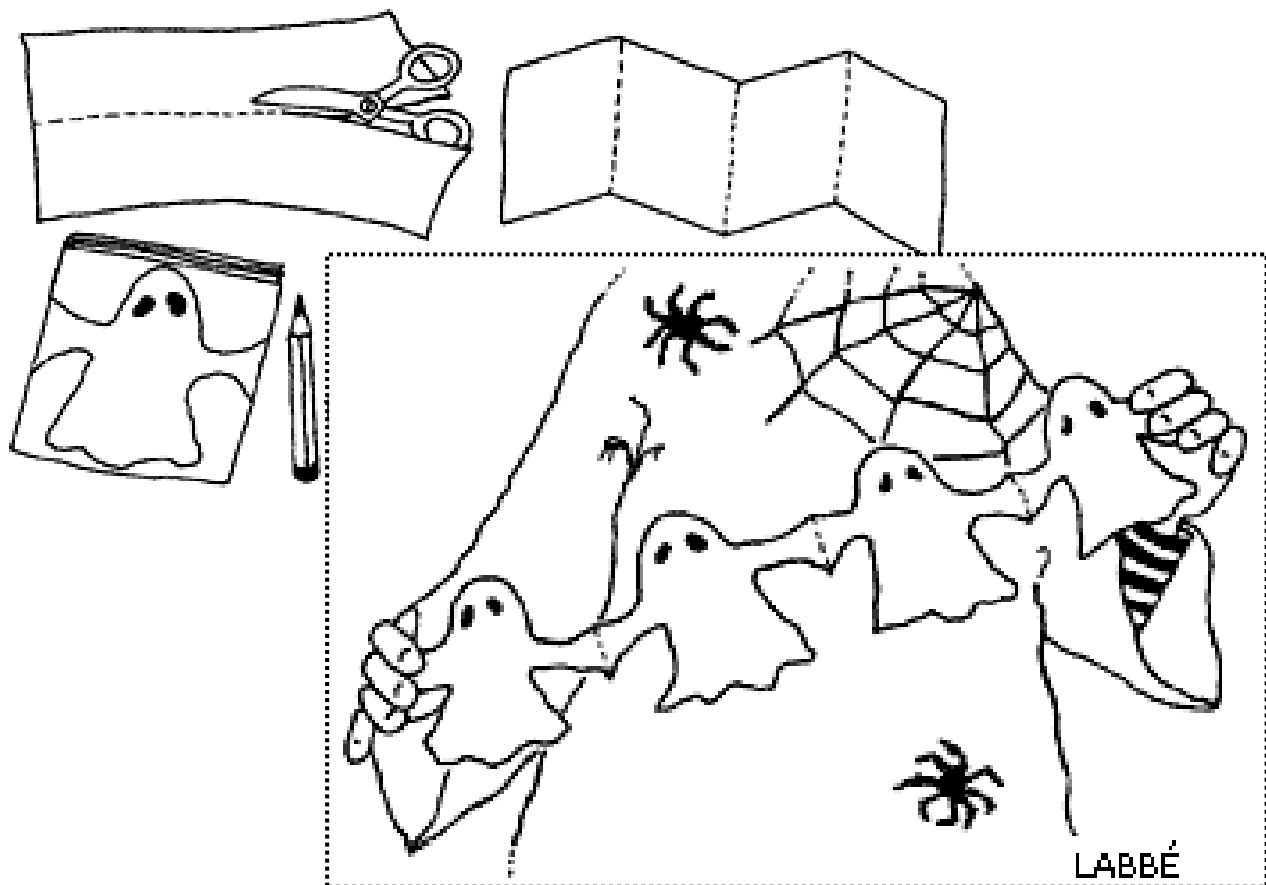
Kannst du dir das vorstellen?

Ein Blatt Papier wurde
zweimal gefaltet
– siehe das Bild.

Dann ist ein Dreieck
ausgeschnitten worden
– siehe das Bild.

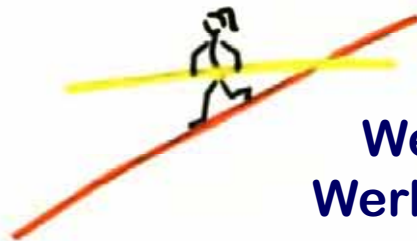
Skizziere den Bogen,
nachdem er wieder
aufgeklappt wurde.





www.labbe.de

Rezepte
Regeln
Rechnen



Wege wählen,
Werkzeuge wählen

Begriffe bilden und begreifen

Fehlendes finden

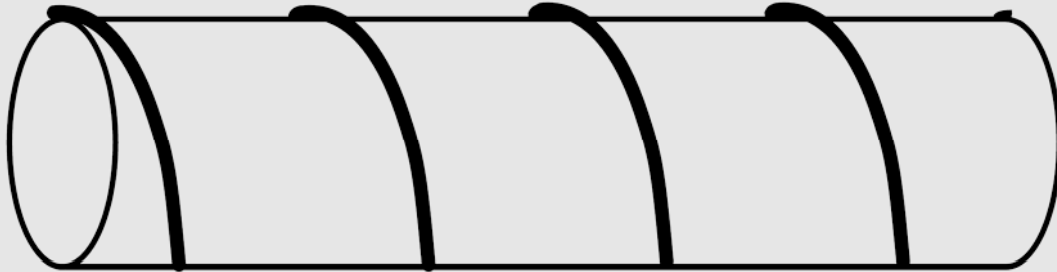
Überraschendes klären

Argumentieren, Kommunizieren

Mathematik (hinein-)sehen



Eine Schnur ist gleichmäßig um einen zylindrischen Stab gewickelt. Die Schnur windet sich genau 4-mal um den Stab. Der Umfang des Stabs beträgt 4 cm und seine Länge 12 cm.



Bestimmen Sie die Länge der Schnur, und schreiben Sie alle ihre Arbeitsschritte auf.

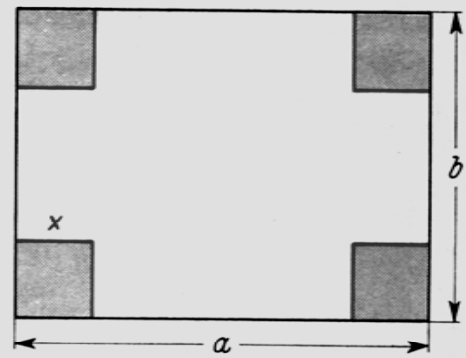
TIMSS 3

Der Besuch der alten Schachtel

Herget, Wilfried: Der Besuch der alten Schachtel.
In: Henn, Hans-Wolfgang; Kaiser, Gabriele (Hrsg.): Mathematikunterricht im Spannungsfeld von Evolution und Evaluation. Festschrift für Werner Blum. Franzbecker, Hildesheim/Berlin 2005, S. 81–90.

Die gute, alte Schachtel ...

Von einem rechteckigen Stück Blech mit den Seiten a und b werden an den Ecken Quadrate abgeschnitten (Abb. 75). Biegt man die Randstücke hoch, so erhält man eine offene Dose. Wie groß muß man die Quadratseite wählen, damit I. für $a = b$, II. für $a = 8 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$ das Volumen einen Extremwert annimmt?



Wörle/Kratz/Keil¹⁰1975, S. 139

1. Aus einem quadratischen Stück Blech mit der Seite a wird eine offene rechteckige Schachtel hergestellt, indem an den Ecken gleiche Quadrate herausgeschnitten werden und der Rand umgebogen wird (Abb. 65). Wie erhält man eine Schachtel mit größtem Rauminhalt?

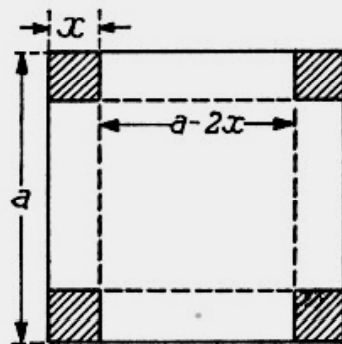


Abb. 65

Fichtenholz
²1966, S. 269–27

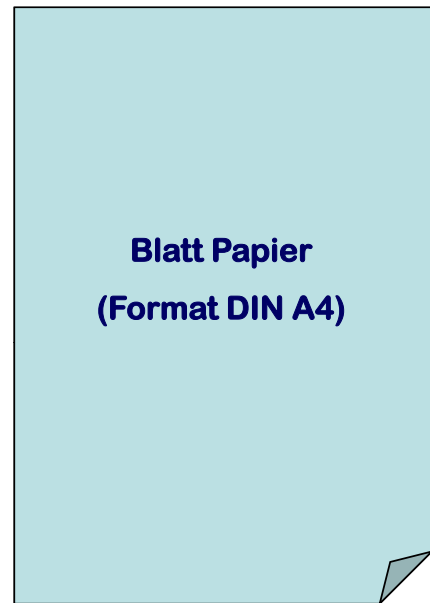
Bezeichnen wir die Seite des herauszuschneidenden Quadrates mit x , so ergibt sich das Volumen y der Schachtel zu $y = x(a - 2x)^2$, wobei x im Intervall $\left[0, \frac{a}{2}\right]$ variieren kann. Das Problem ist damit auf die Bestimmung des größten Wertes der Funktion y in diesem Intervall zurückgeführt.

Da die Ableitung $y' = (a - 2x)(a - 6x)$ zwischen 0 und $\frac{a}{2}$ eine einzige Nullstelle $x = \frac{a}{6}$ besitzt, ist klar, daß dieser Wert, wenn er ein Maximum der Funktion liefert, zugleich auch den größten Wert liefert. Anders ausgedrückt: Für $x = \frac{a}{6}$ erhalten wir $y = \frac{2a^3}{27}$, während die Randwerte der Funktion Null sind. Folglich erhält man tatsäch-

Eine Schachtel mit Deckel

Aus einem Blatt Papier (Format DIN A4) soll eine Schachtel, einschließlich Deckel zum vollständigen Verschließen, hergestellt werden.

- Die Schachtel soll ein möglichst großes Volumen besitzen.
- Der Deckel muss so mit einem Falt-Rand versehen sein, dass die Schachtel tatsächlich dicht geschlossen werden kann.
- Die Klebelaschen und der Falt-Rand des Deckels müssen die Länge der jeweils angrenzenden Kanten haben und überall mindestens 5 mm breit sein.



Klasse 7/8 – Cornelsen Mathemeisterschaft 2006



**Cornelsen
Mathe-Meisterschaft 2006**

Ihre Daten

Name des Schülerteams: Die mulligen Fünf

Klassenstufe: 8

Name des betreuenden Mathematiklehrers: Inge Pickel

Email-Adresse des betreuenden Mathematiklehrers: _____

Anschrift Ihrer Schule

Name der Schule: Schule am Osterberge

Straße, Hausnummer: Wurzelbruchweg 13

PLZ, Ort: 37120 Buxtehude

Bundesland: Niedersachsen

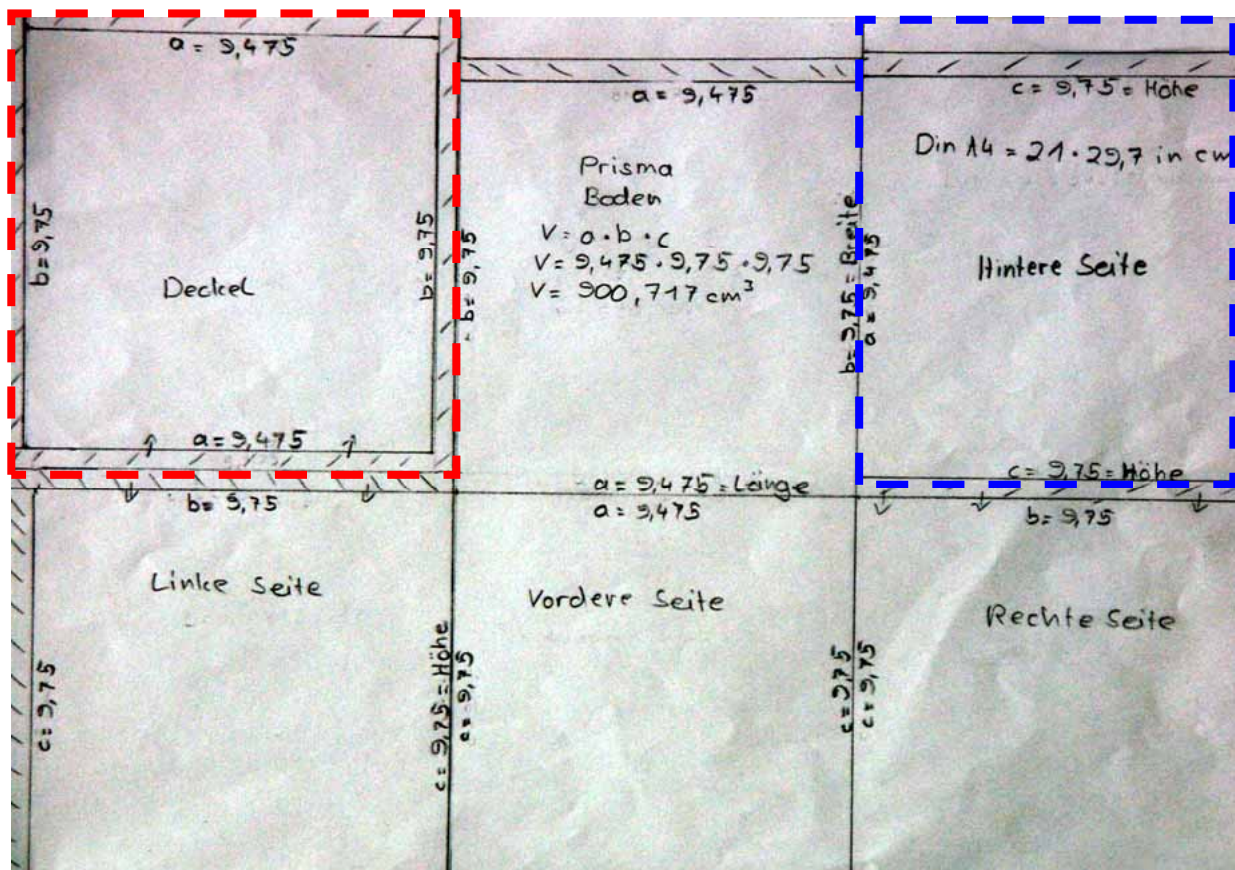
Namen der Team-Mitglieder:

1.	<u>Annika Faust</u>
2.	<u>Jan-Michael Janz</u>
3.	<u>Sven Michael</u>
4.	<u>Daniel Settemer</u>
5.	<u>Steven Wichmann</u>

Cornelsen



Klasse 7/8 – Cornelsen Mathemeisterschaft 2006



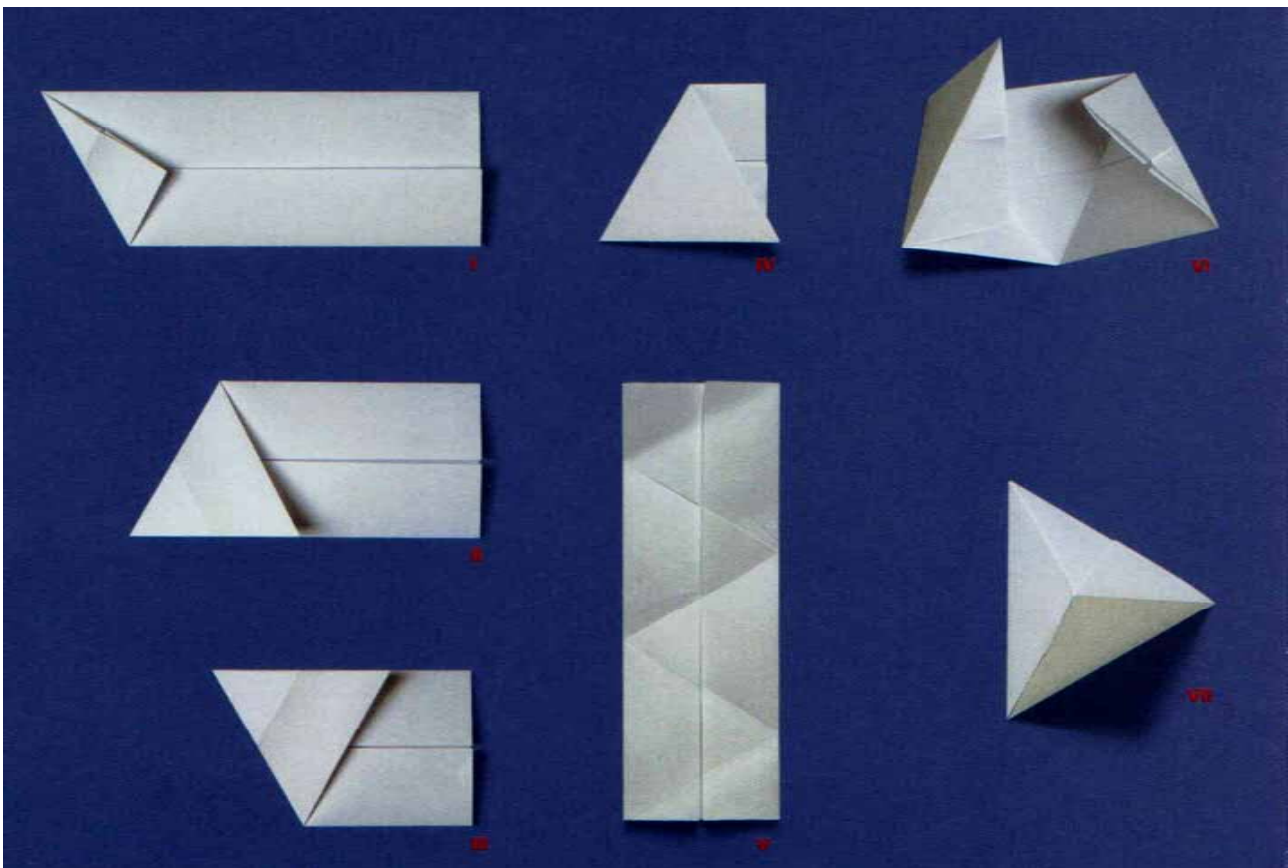
Klasse 7/8 – Cornelsen Mathemeisterschaft 2006





Klasse 7/8 - Cornelsen Mathemeisterschaft 2006

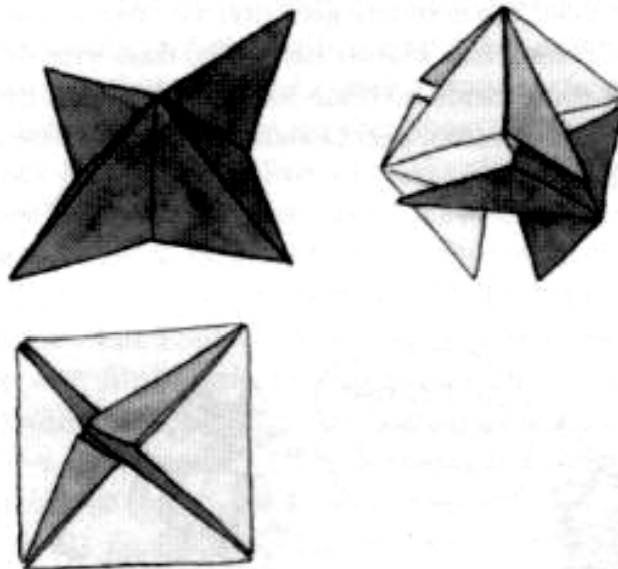
**Körper
haben viele Gesichter ...**



mathbu.ch 9, S. 37

**Platonische Körper ,
Vorschlag 1:
Oktaeder falten**

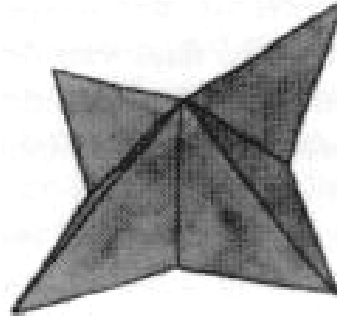
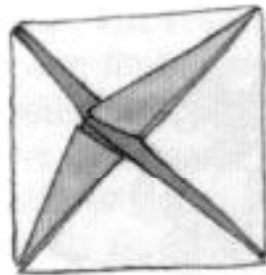
quadratisches Papier in drei Farben
(zum Beispiel rot, gelb und blau)



Sechs quadratische Blätter werden entlang ihrer Symmetrieachsen gefaltet und aus sechs verschiedenen Richtungen zusammengefügt.

6 quadratische Blätter,
 Jedes Blatt entlang seiner Diagonalen kniffen,
 Blatt umdrehen und die beiden Seitenmittellinien kniffen,
 Blatt zu einem Stern zusammendrücken

↑
scharf zusammendrücken



Auf diese Weise 6 Sterne falten.

A. Beutelspacher, M. Wagner 2008

Nun die 6 Sterne zusammenstecken:

Einen Stern mit der „mittleren Spitze“ nach unten halten.

Einen zweiten Stern mit einer Dreiecksspitze in eines der offenen Dreiecke des ersten Sterns von oben hineinstecken.

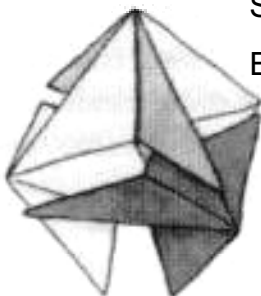
Einen weiteren Stern (von der gleichen Farbe wie Stern 2) „gegenüber“ in den ersten Stern einsetzen.

Von oben einen Stern aufsetzen, der auf Stern 2 und 3 „aufsitzt“.

Die restlichen 2 Sterne von links und rechts anfügen, so dass sie in Stern 2 und 3 hineingesteckt und auf Stern 1 und 4 aufgesteckt werden.

(Achtung: Jeder Stern wird in zwei gegenüberliegende andere Sterne hineingesteckt; die anderen beiden umfasst er.)

Ein bisschen knifflig – aber man schafft es schon!



A. Beutelspacher, M. Wagner 2008

Genau hinschauen:

Die 8 Oktaederflächen sind offen und nur durch die Kanten angedeutet.

Von oben gesehen: Quadrat mit Diagonalen.

Die Flächen, die durch das Papier gebildet werden, liegen im Innern des Oktaeders.

Je 4 dieser Flächenstückchen setzen sich zu einem Quadrat zusammen. Dieses Quadrat entsteht, wenn man einen Oktaeder entlang 4 seiner Kanten „aufschneidet“.

Die Kanten eines Oktaeders sind somit die Kanten von 3 sich durchdringenden Quadraten.

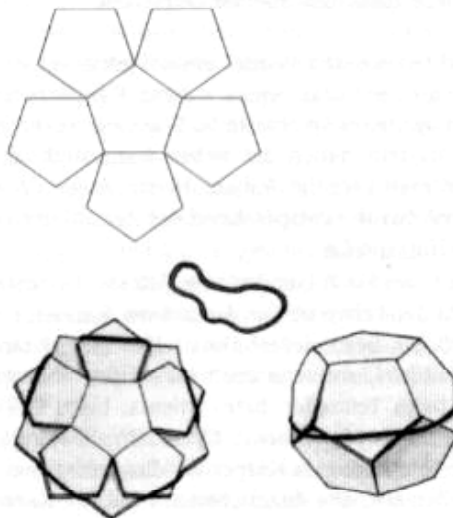
Die Ebenen dieser 3 Quadrate stehen senkrecht aufeinander.

Die 3 Ebenen sind Symmetrieebenen des Oktaeders.

...

Platonische Körper, Vorschlag 2: Dodekaeder „mit Schwung“

Papier
Pappe (zum Beispiel die Rückseite eines Schreibblocks)
Schere
Gummiring



Zwei „Fünfeckblüten“ werden aus Pappe hergestellt, vorgefaltet und mit einem Gummiring verbunden. Der Dodekaeder faltet sich anschließend von selbst auf.

2 „Fünfeckblüten“ ausschneiden und die Blütenblätter jeweils nach einer Richtung falzen.

Die beiden Fünfeckblüten **versetzt** so aufeinander legen, dass die Talfalten zueinander zeigen.

Gummiring um die Zackenfalten, dass er die beiden Blüten gegeneinander drückt. (Dabei die Blüten in der Mitte zusammendrücken, damit der Dodekaeder sich nicht vorzeitig aufspannt.)

Nun vorsichtig loslassen.

Fertig!

Genau hinschauen:

Ein Dodekaeder hat „natürlich“ 12 Flächen.

Die Flächenanordnung ist offensichtlich: ein Fünfeck oben, eines unten, 2 mal 5 Fünfecke bilden den „Mittelkranz“.

Die äußeren Kanten der beiden Blüten ergänzen sich (= liegen aneinander an): Zickzacklinie.

Der Gummiring liegt genau in der Mitte dieser Zickzacklinie.

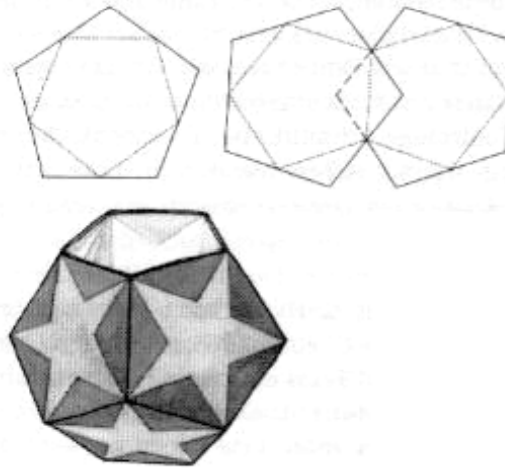
→ Er liegt genau „in der Mitte“ des Dodekaeders. (Hier könnte man den Dodekaeder in zwei gleiche Teile zersägen.)

Diese Schnittfläche wird von einem regulären 10-Eck berandet.

. . .

**Platonische Körper ,
Vorschlag 3:
Dodekaeder mit Durchblick**

Papier (am besten in einer hellen Farbe)
Schere
Kleber
Teelicht



Aus Papier werden elf Fünfecke ausgeschnitten. Ihre Spitzen werden gefaltet und als Verbindungs-laschen verwendet, um einen oben offenen Dodekaeder zu formen.

A. Beutelspacher, M. Wagner 2008

Fünfeck-Schablone herstellen,

danach 11 Fünfecke herstellen,

jeweils die 5 Ecken mit Hilfe der Kantenmittelpunkte knicken.

Die Ecken von jeweils 2 Fünfecken übereinander kleben.

Es entsteht ein offener Dodekaeder, wenn die 5 übrig gebliebenen Laschen nach innen gefaltet und dort angeklebt werden.

Mit einem Teelicht im Innern des Dodekaeders wird die Konstruktion deutlich.

Fertig!

Genau hinschauen:

Jede der beleuchteten Seitenflächen zeigt ein Pentagramm.

Die Kanten der Sterne sind parallel zu den Kanten des ursprünglichen Fünfecks.

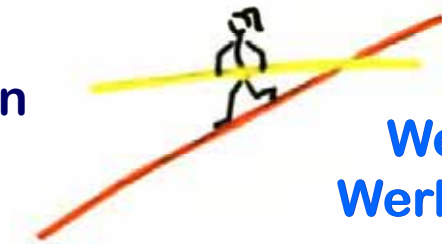
Pentagramm und 5 Rhomben bilden zusammen das ursprüngliche Fünfeck.



Literaturtipp:

**Albrecht Beutelspacher, Marcus Wagner:
Wie man durch eine Postkarte steigt,
Herder 2008**

Rezepte
Regeln
Rechnen



Wege wählen,
Werkzeuge wählen

Begriffe bilden und begreifen

Fehlendes finden

Überraschendes klären

Argumentieren, Kommunizieren

Mathematik (hinein-)sehen



Quadrometrie.

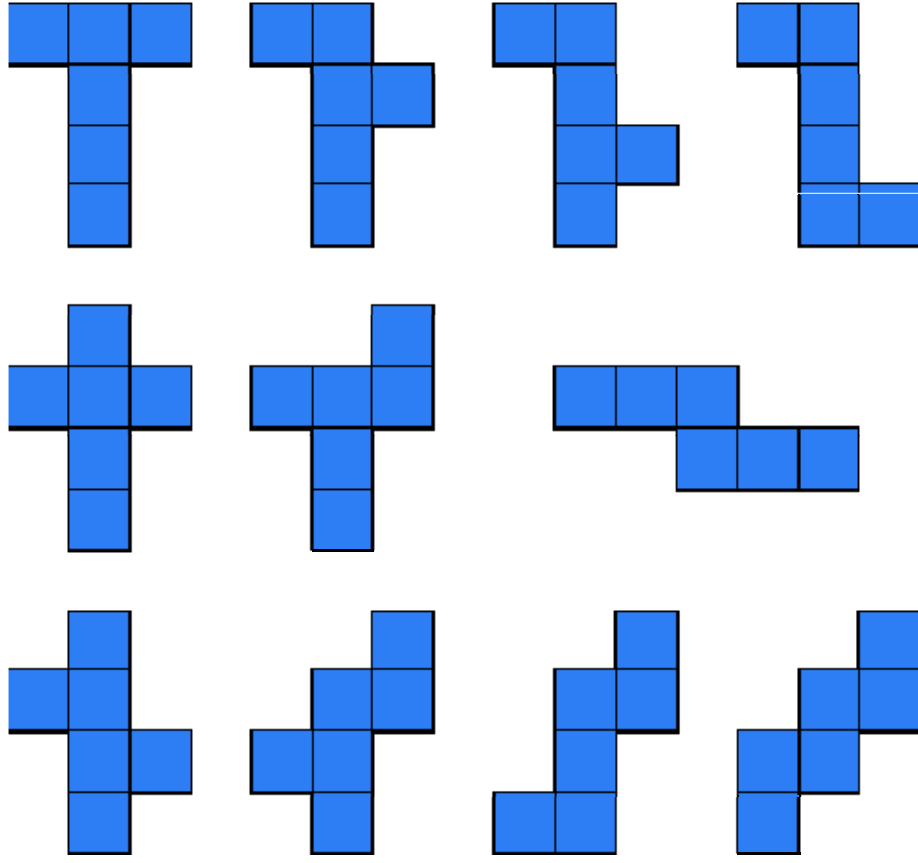
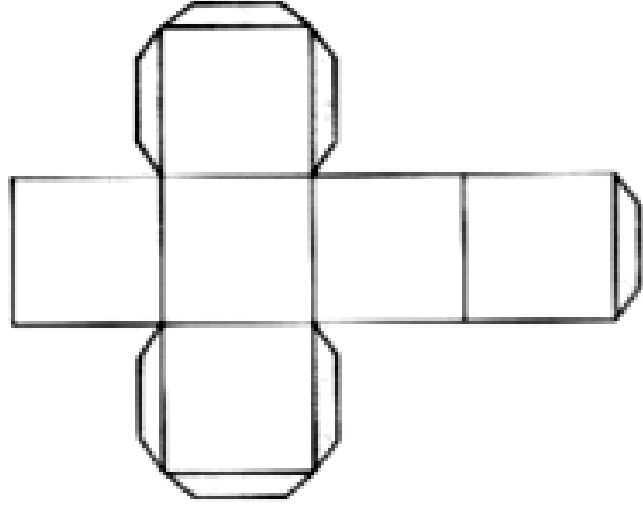
Bei einem rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Schokoladequadrate über den beiden Oberseiten gleich der Summe der Schokoladequadrate unterhalb der unteren Seite. (Frei nach Pythagoras; griechischer Philosoph, 570-480 v.Chr.)
Anmerkung: Der Satz von Pythagoras gilt immer. Auch für Voll-Nuss, Joghurt, Cocos, Nougat, Kuiperflöckchen und alle anderen Sorten. Aber nur für Ritter Sport.

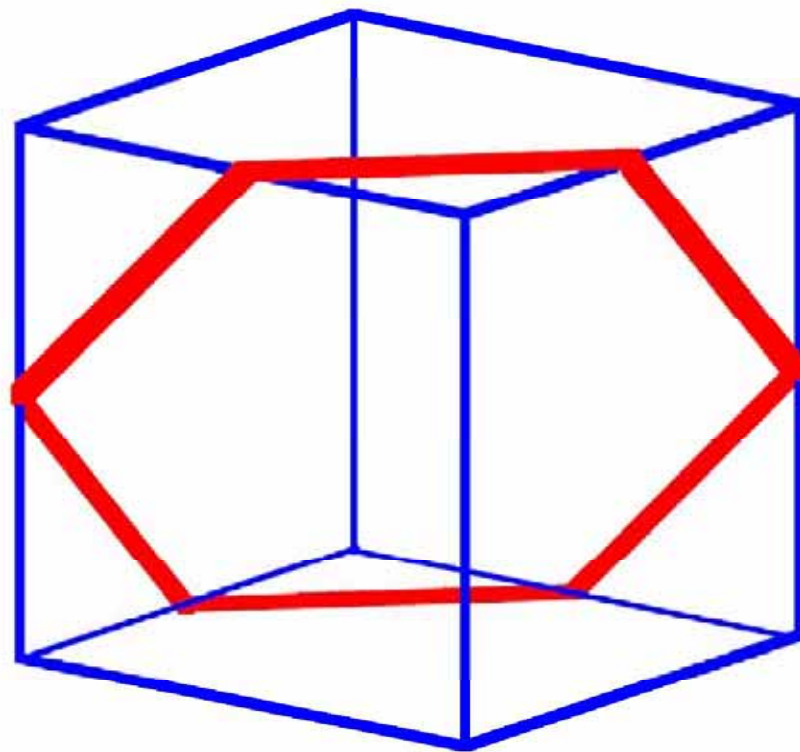
QUADRATISCH. PRÄZIS. GUT.



mathematik lehren 145 / 2007 – Idee: Joachim Terber

Körper erschaffen ...

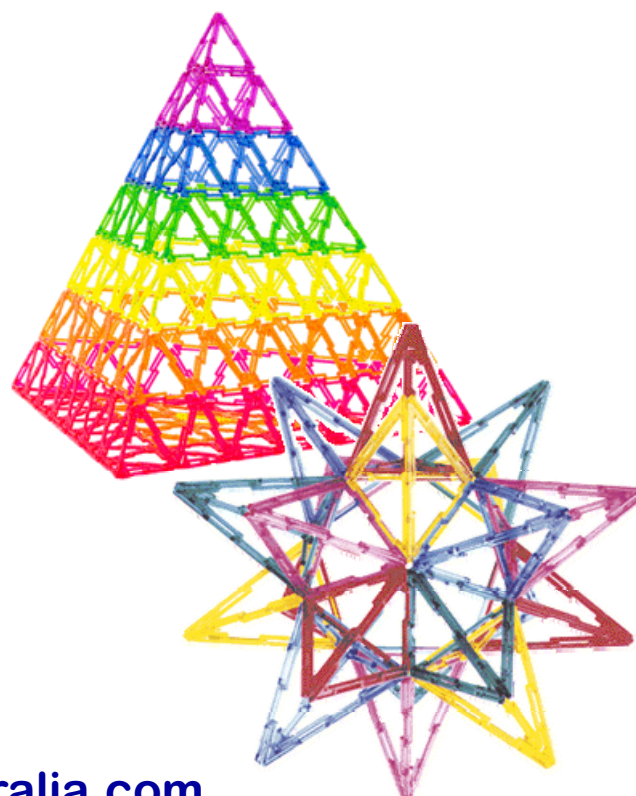




Hans Walser



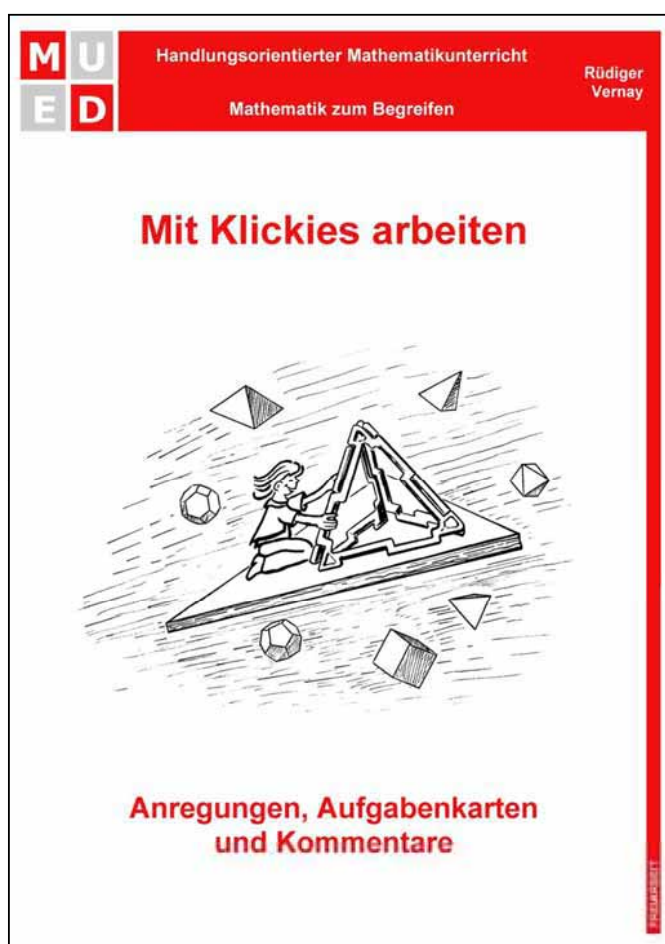
www.mued.de
→ Shop



GEOSHAPES™ www.geoaustralia.com

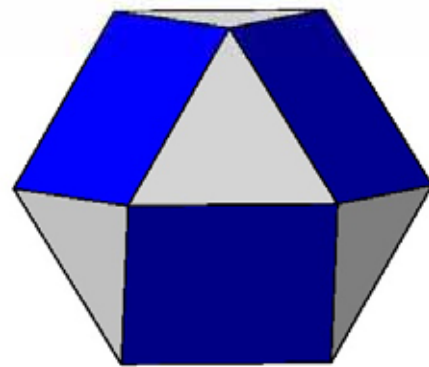
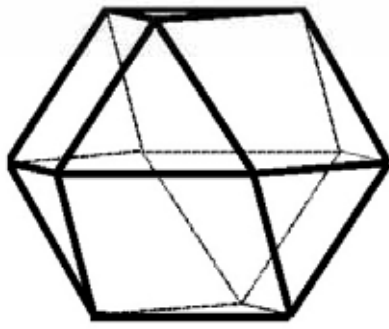


<http://didaktik.mathematik.uni-halle.de>



www.mued.de

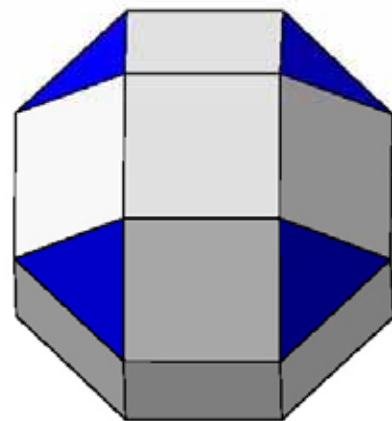
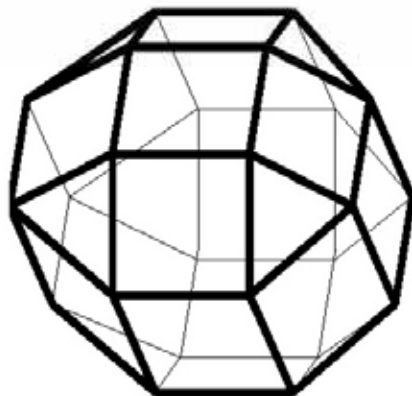
→ Shop



Schau dir das Bild 20 Sekunden lang an.

**Dreh dann das Blatt um,
und baue diesen Körper aus dem Gedächtnis nach.**

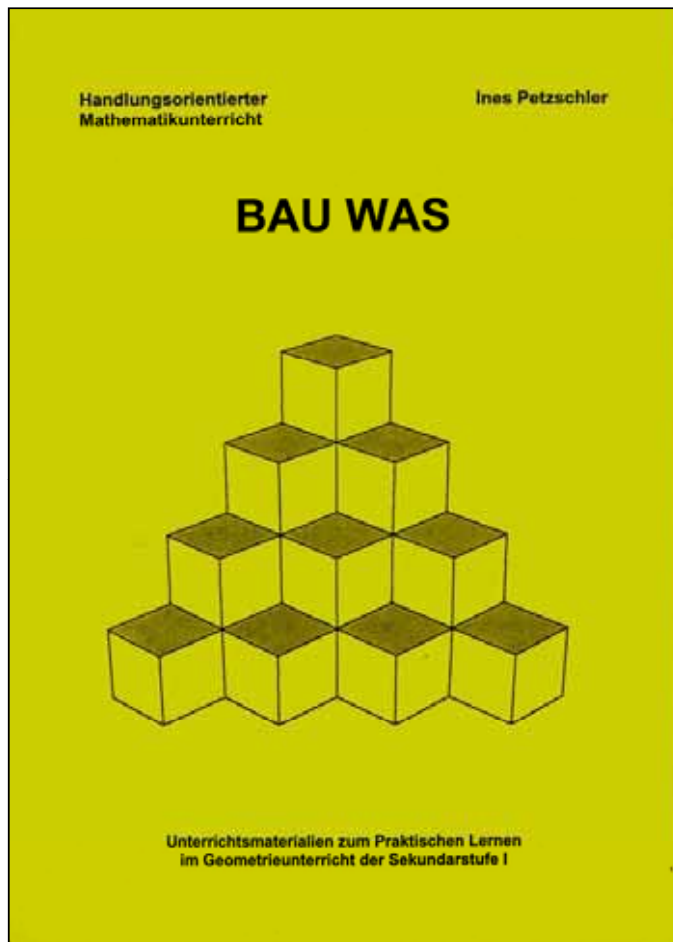
Rüdiger Vernay: Mit Klickies arbeiten. www.mued.de



Schau dir das Bild 20 Sekunden lang an.

**Dreh dann das Blatt um,
und baue diesen Körper aus dem Gedächtnis nach.**

Rüdiger Vernay: Mit Klickies arbeiten. www.mued.de



www.mued.de

→ Shop

Ines Petzschler: BAU WAS www.mued.de

Vorgestellt wird eine Materialiensammlung mit vielen Anregungen für den Geometrieunterricht der Klassen 5 und 6 mit dem Ziel, das räumliche Vorstellungsvermögen der Schülerinnen und Schüler zu verbessern.

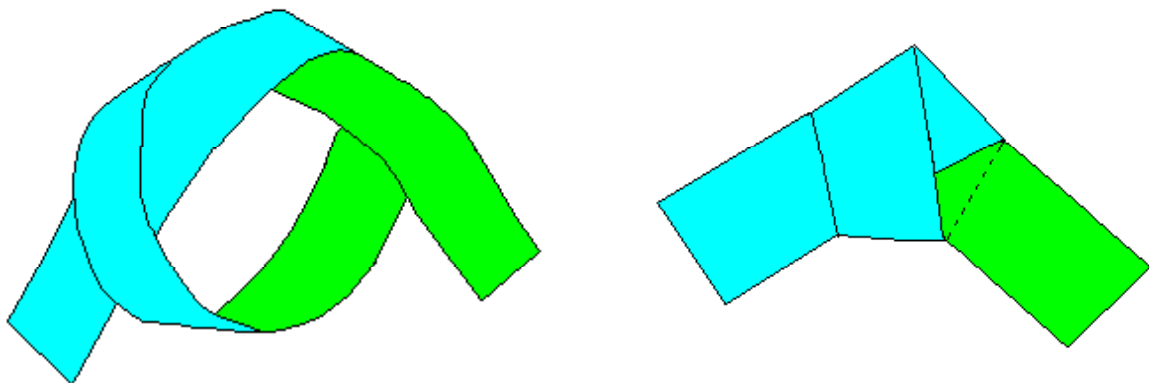


Enthalten sind
unter anderem zwei Vorschläge
für Unterrichtseinheiten, Infoblät-
ter, Arbeitsbücher, Arbeitsblätter,
Karteikarten und Entwürfe für
Klassen- und Kurzarbeiten zu den
verschiedenen Themen.





Knoten regulärer Vielecke



www.mathematische-basteleien.de

Flechten

nur Papierstreifen, kein Leimen

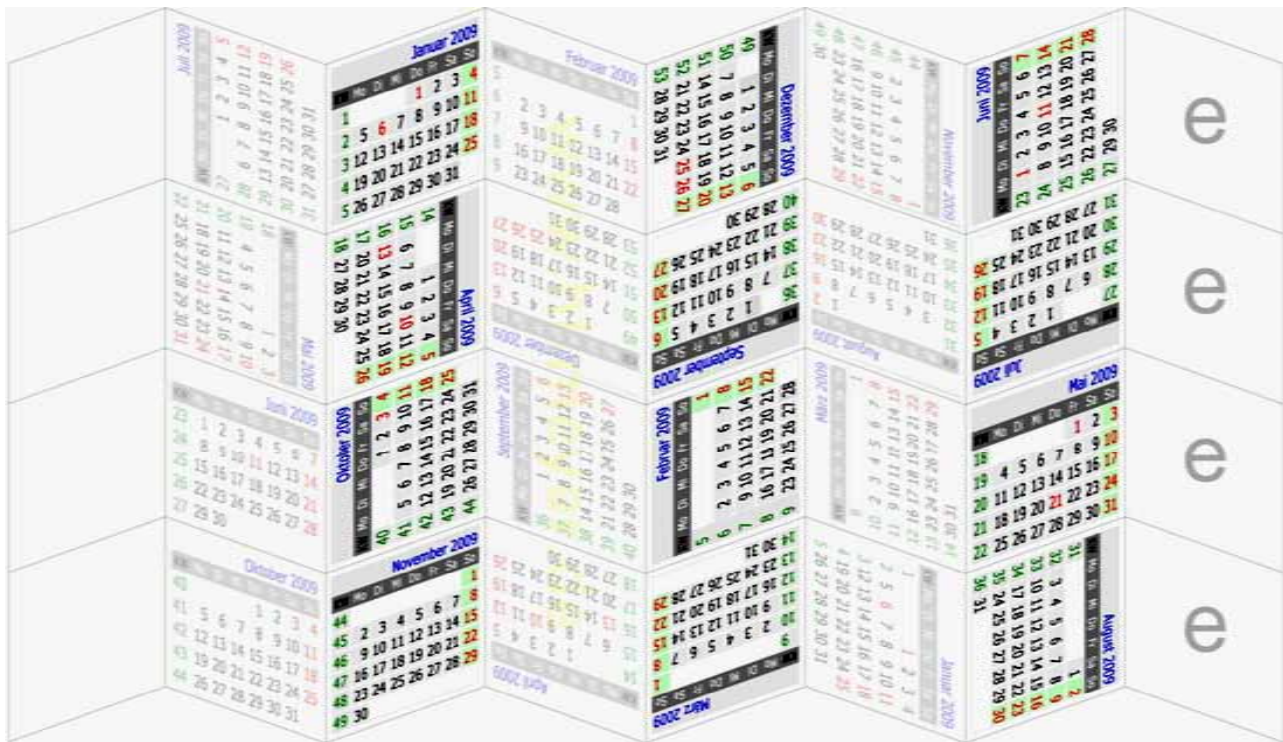
Herstellung aller Polyeder möglich



www.hbmeyer.de/flechten/exhib



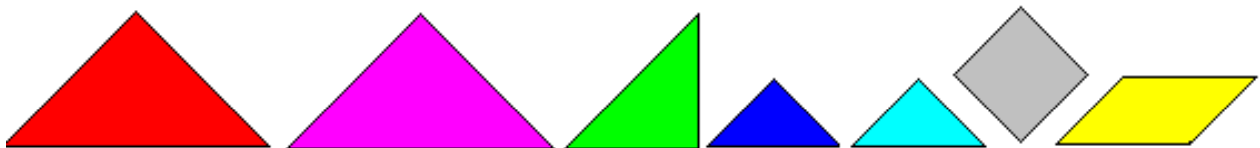
www.hbmeyer.de/flechten/exhib



www.hbmeyer.de/flechten/exhib

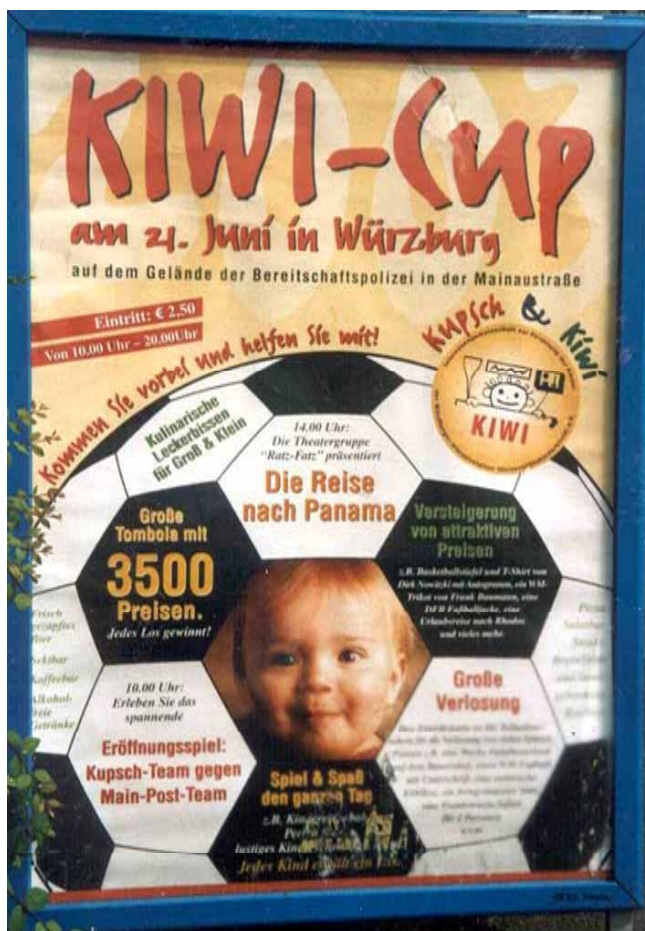
Das Tangram

Legespiel aus 5 Dreiecken, 1 Quadrat und 1 Parallelogramm



32 Halbquadrate = 16 Quadrate → 4x4-Quadrat





*Idee: Hans-Georg Weigand
mathematik lehren 120*



Deutscher Turn- und Sportverein

Namibia

Fußballsparte

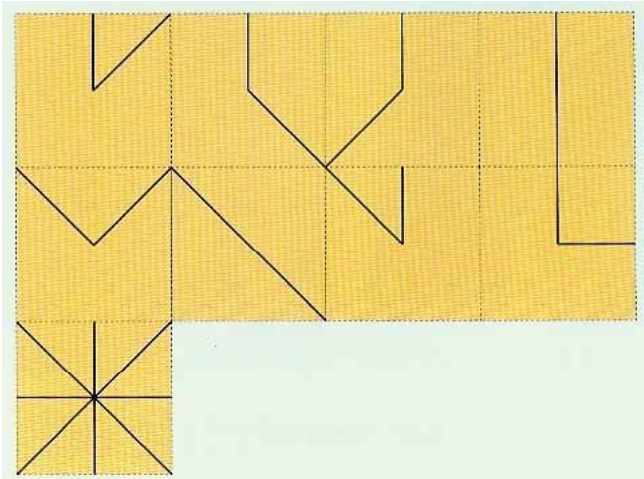
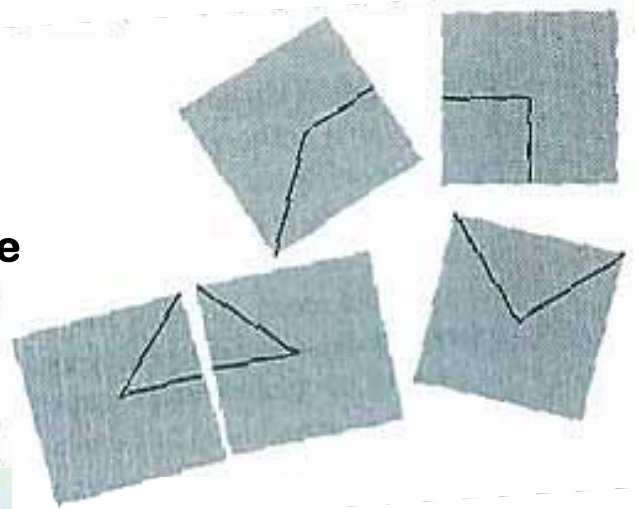
www.dts.org.na



Idee: Karl Reichmann
Praxis der Mathematik 2006

Kopf- und Handgeometrie mit Knobelquadraten

Klasse 6/7: Üben
geometrischer Grundbegriffe
(Winkel, Vierecke, Dreiecke,
Symmetrie)



Christine Streit:
Spiele mit
Knobelquadraten.
mathematik lehren,
Heft 144, S. 9–11

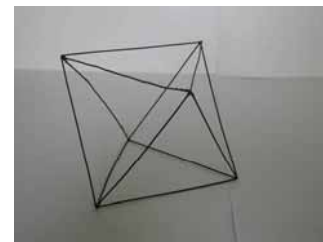
Ideen für Aufgabenkärtchen

Lege ein symmetrisches Trapez.	Lege ein Quadrat.	Lege ein rechtwinkliges Trapez.
Lege ein Parallelogramm.	Lege ein achsensymmetrisches Fünfeck.	Lege ein Rechteck.
Lege eine Figur mit einer Innenwinkelsumme von 180° , 360° , 540° ...	Lege ein punktsymmetrisches Viereck/Fünfeck, ...	Lege ein rechtwinkliges Dreieck (aus 2, 3, 4, ... Karten).
Lege ein konvexes Fünfeck.	Lege ein Fünfeck mit dem Flächeninhalt ...	Lege ein achsensymmetrisches Sechseck.
Lege ein Dreieck mit dem Flächeninhalt $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1, $1\frac{1}{2}$.	Lege ein Viereck mit dem Flächeninhalt 1, 2, ...	Lege ein Fünfeck mit 2 parallelen Seiten.
Lege ein Quadrat mit dem Flächeninhalt ...	Lege eine Figur mit 1, 2, 4, ... Spiegelachsen.	Lege ein nicht konvexes Fünfeck.

Christine Streit: Spiele mit Knobelquadraten.
mathematik lehren, Heft 144, S. 9–11

Der Gedanke, handgreifliche mathematische Modelle bewusst und gezielt im Unterricht zu benutzen, setzte sich erst vor weniger als 150 Jahre durch.

Nur einfachste Modelle für Unterrichtszwecke, wie die der Platonischen Körper, lassen sich schon im 18. Jahrhundert nachweisen.



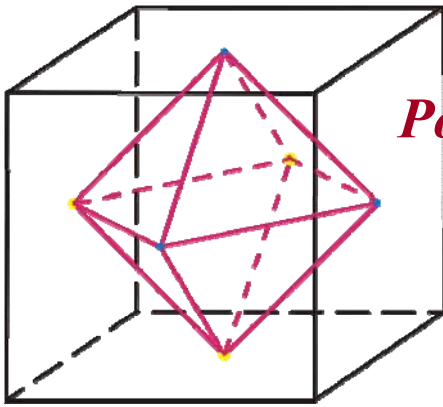
**Historische Sammlung am Institut für Mathematik
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg**

Körper, alles was nach Länge, Breite und Höhe auf bestimmte Weise ausgedehnt ist oder bestimmte Raumbegrenzung hat. In der Geometrie bezeichnet man als K. die begrenzten Räume selbst, ohne alle Rücksicht auf ihre Materie, d. i. auf das Raum-erfüllende, und teilt die K. nach der Art ihrer Begrenzung in solche mit ebenen oder krummen Grenzflächen ein. Die Physik dagegen versteht unter K. die begrenzte Materie, die sich unserm Tastsinn darbietet, und teilt sie nach dem Aggregatzustand (s. d.) ein. Man unterscheidet organisierte K., d. h. solche, die einen gesetzmäßigen Stoffwechsel haben und sich fortpflanzen, und unorganisierte, d. h. solche, die als eine bloße Anhäufung kleinster Teile (Moleküle, Atome) anzusehen sind. Die allgemeinsten Eigenschaften der K. sind die Undurchdringlichkeit (s. d.), die Teilbarkeit (s. d.), das Beharrungsvermögen (s. d.) und die Kompressibilität (s. d.).

***Brockhaus'
Konversations-
lexikon 1894***



Robert Ineichen, Würfel und Wahrscheinlichkeit, Spektrum 1996, S. 65



***Polyeder =
Vielflächer***

XI. Buch. Definitionen.

1. *Ein **Körper** ist, was Länge, Breite und Tiefe hat.*
2. *Eine Begrenzung eines Körpers ist eine Fläche.*



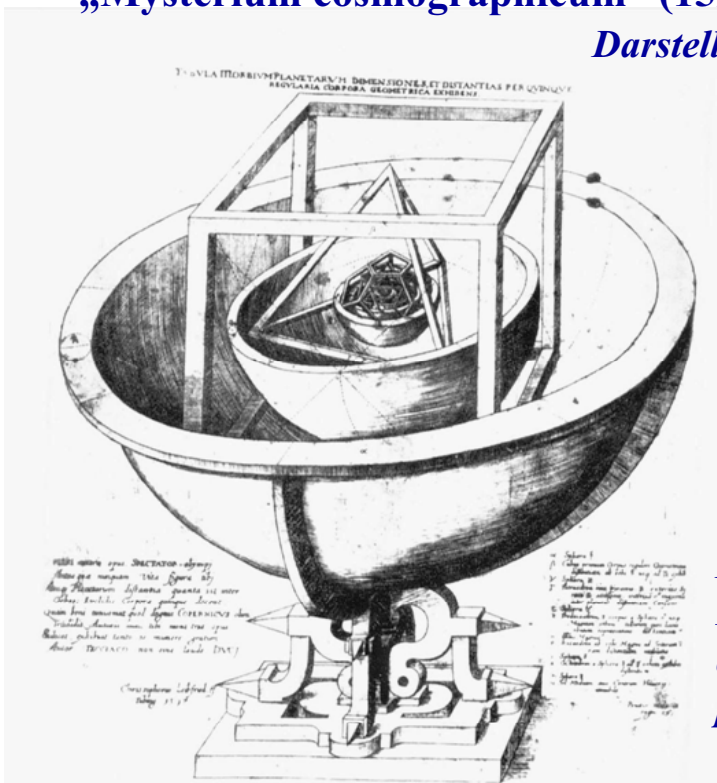
9. ***Ähnlich** sind **Körper**, die von ähnlichen ebenen Flächen in gleicher Anzahl umfaßt werden.*

10. ***Gleich und ähnlich** sind **Körper**, die von ähnlichen ebenen Flächen in gleicher Anzahl und Größe umfaßt werden.*

Die Elemente von Euklid, Ostwald's Klassiker Nr. 236; 1933

**Johannes Kepler (1571–1630),
„Mysterium cosmographicum“ (1596):**

Darstellung der Weltordnung



***Die Abstandsverhältnisse der
Planeten von der Sonne sind
durch ineinander geschachtelte
platonische Körper dargestellt.***

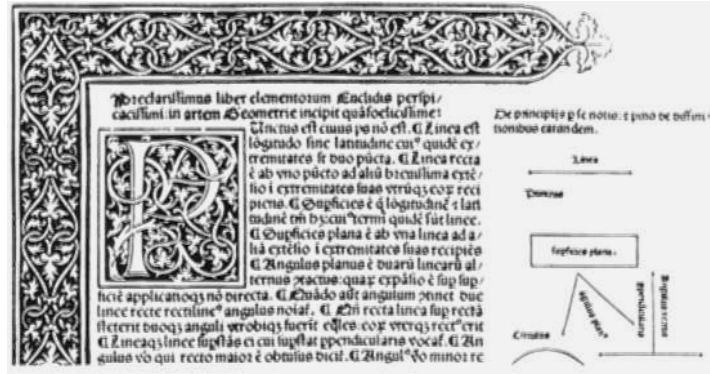


*Euklid-Relief
Dom zu Florenz,
um 1300*

*Seite aus dem
frühesten Druck
der „Elemente“,
Venedig 1492*

Euklid (um 300 v. Chr.), Buch XIII der „Elemente“:

*Bei einem regelmäßigen Körper handelt
es sich um einen Körper, welcher von
jeweils einander gleichen gleichseitigen
und gleichwinkligen Figuren umfasst wird.*



Es gibt genau 5 harmonische Körper.

Euklid, Elemente, Buch XIII

$$3 \times 60^\circ < 360^\circ$$

$$4 \times 60^\circ < 360^\circ$$

$$5 \times 60^\circ < 360^\circ$$

$$3 \times 90^\circ < 360^\circ$$

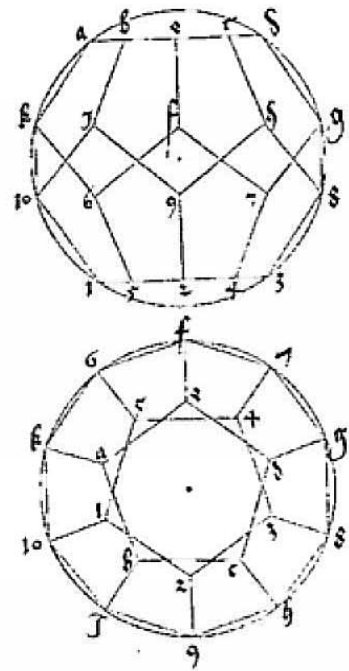
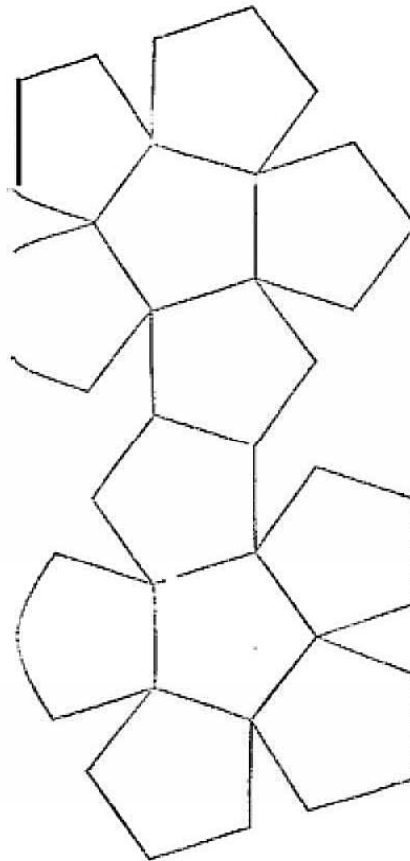
$$3 \times 108^\circ < 360^\circ$$

Seh- und Hör Tipp dazu: Albrecht Beutelspacher
www.br-online.de/br-alpha/mathematik-zum-anfassen/



Albrecht Dürer
(1471–1528)

*Underweysung
der messung mit
dem zirckel un
richtscheyt ...*
(Nürnberg 1525)

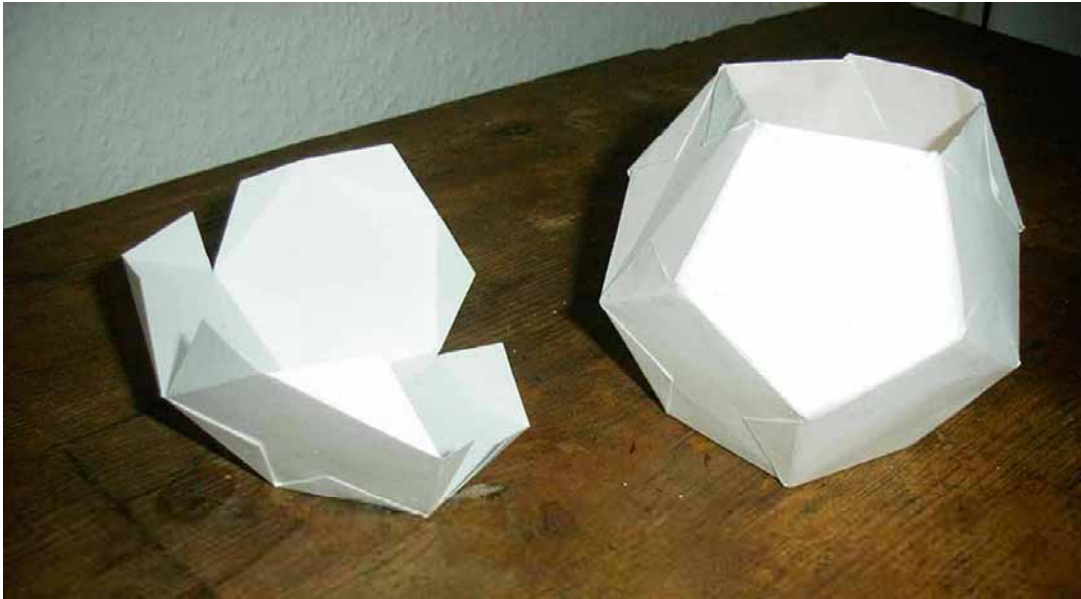


Erstellen einer Weihnachts-Laterne

Voraussetzung: Die Kinder können Winkel messen,
Winkel im Dreieck über die Winkelsumme im Dreieck
berechnen, mit Zirkel und Lineal umgehen,
mit Dezimalzahlen, Brüchen und Prozenten rechnen.

- Wie ist das Modell aufgebaut?
- Wie konstruiert man ein regelmäßiges Fünfeck?

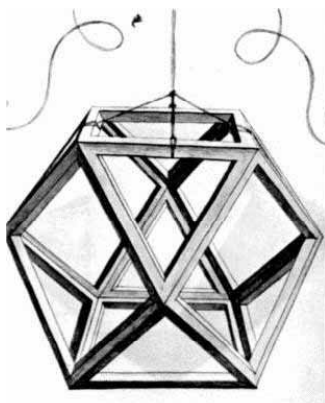
Weihnachts-Laterne



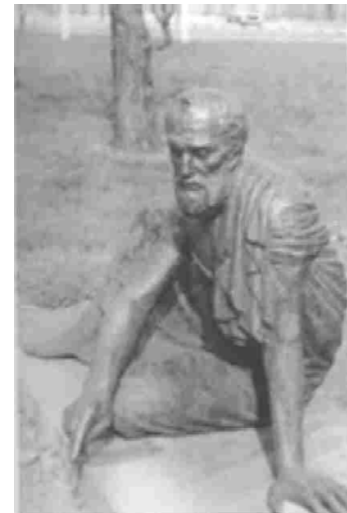
- Wie ist das Modell aufgebaut?
- Wie konstruiert man ein regelmäßiges Fünfeck?

Ruth Schormann

Was sind Archimedische Körper?



Illustrationen
von Leonardo da Vinci
zu Luca Pacioli's
(um 1445-1517)
Mathematik-Buch
Divina Proportione



Archimedes (287–212 v. Chr.)

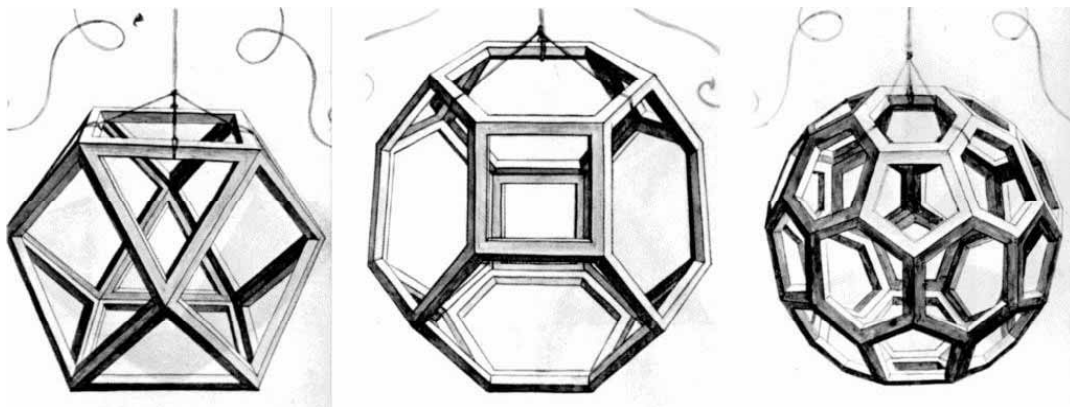
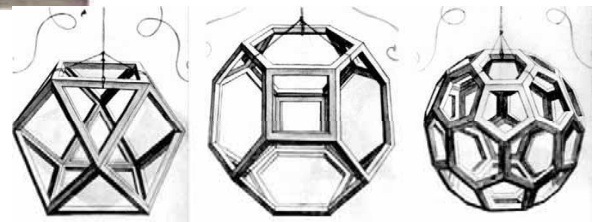
***Polyeder mit regulären Flächen mit einer besonderen
Symmetrie-Eigenschaft:***

***Durch eine Bewegung kann jeder Eckpunkt in jeden
anderen Eckpunkt überführt werden.***



***Renaissance-
Künstler und
-Mathematiker
entdecken,
unabhängig
von der antiken
Vorgeschichte,
nach und nach
die 14 archime-
dischen Körper
neu.***

*Luca Pacioli (um 1445–1517) mit dem
von ihm entdeckten archimedischen
Körper, zeitgenössisches Gemälde von
J. de Barbari*



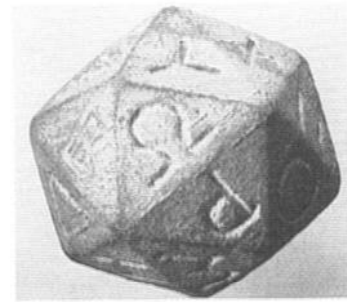
***Illustrationen von Leonardo da Vinci
zu Luca Paciolis (um 1445–1517)
Divina Proportione***



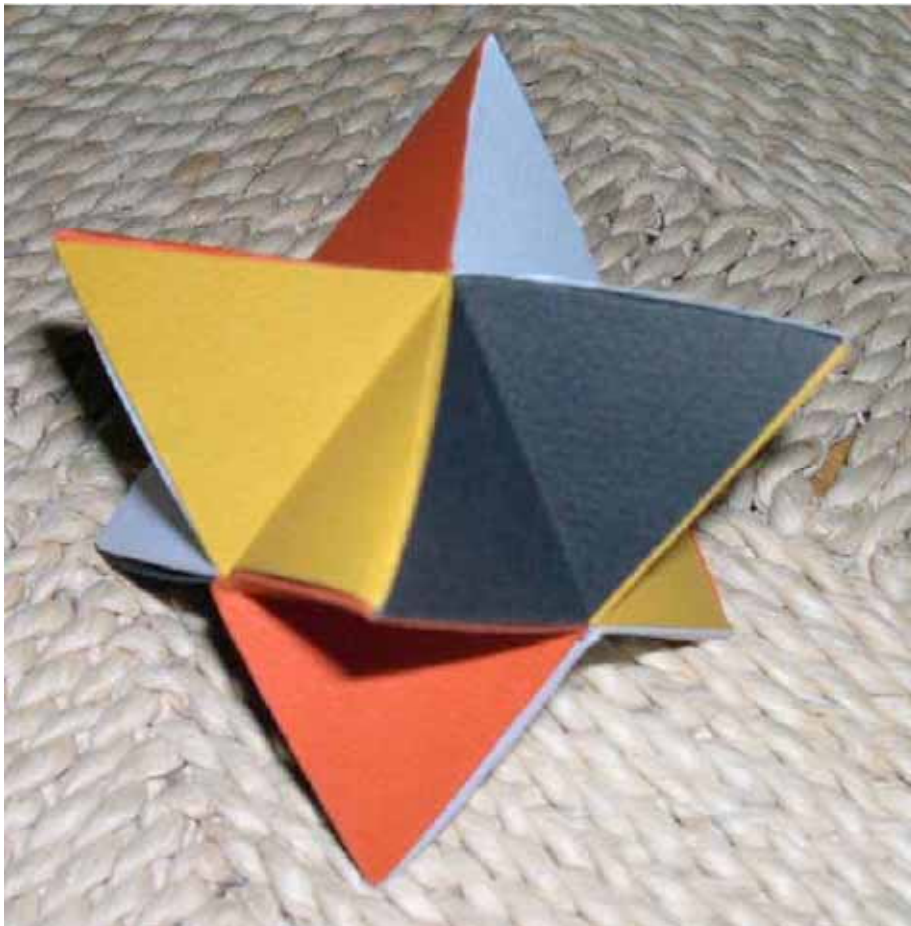


Albrecht Dürer: Melancholia

***Polyeder mit
24 Seitenflächen für
ein Buchstabenorakel,
Griechenland um
500 v. Chr.***



Robert Ineichen, Würfel und Wahrscheinlichkeit, Spektrum 1996, S. 65



Hans Walser

Ein Viertelmond



Vollmond - das ist klar: Die ganze Mondscheibe ist beleuchtet, wir sehen eine vollständige Kreisfläche.

Halbmond - das ist (hoffentlich) auch klar: Wir sehen eine Halbkreisfläche

Nun kommt's:

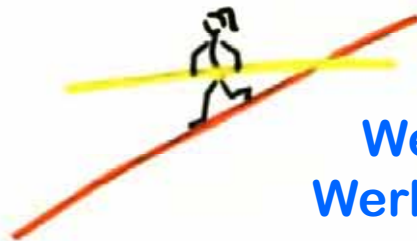
Wie sieht ein Viertelmond aus?

Wann ist Viertelmond?

Wie groß ist die Fläche im Vergleich zum Vollmond?



**Rezepte
Regeln
Rechnen**



**Wege wählen,
Werkzeuge wählen**

Begriffe bilden und begreifen

Fehlendes finden

Überraschendes klären

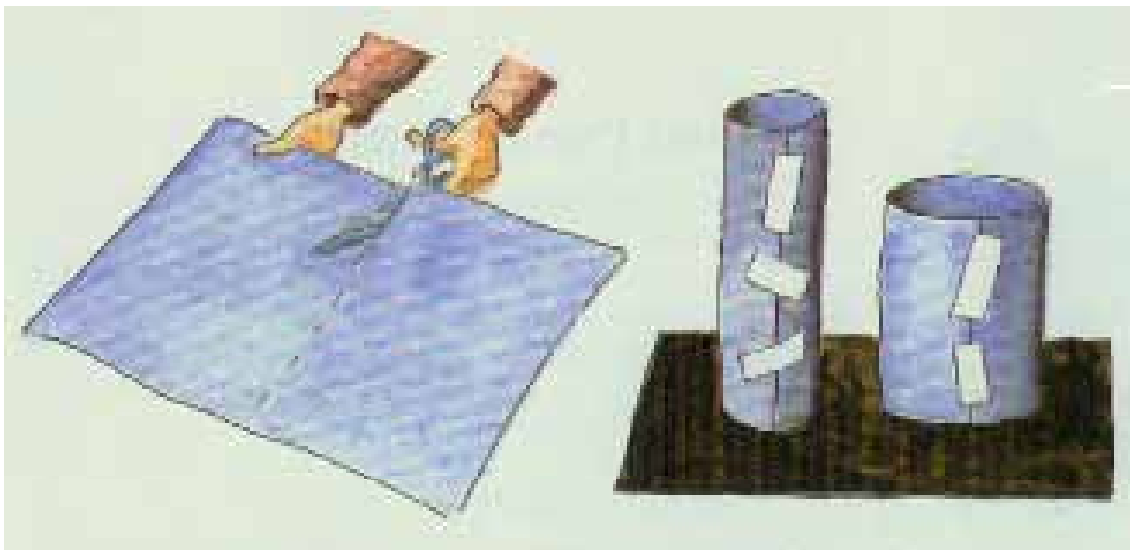
Argumentieren, Kommunizieren

Mathematik (hinein-)sehen



Mit Körpern experimentieren ...

eine hohe, schlanke ...
... und eine kurze, dicke



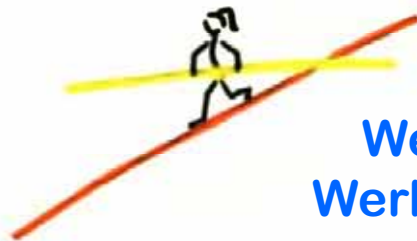
Kristin Dahl/Sven Nordqvist: Zahlen, Spiralen und magische Quadrate



Schätzen – Experimentieren – Rechnen

Kristin Dahl/Sven Nordqvist: Zahlen, Spiralen und magische Quadrate

Rezepte
Regeln
Rechnen



Wege wählen,
Werkzeuge wählen

Begriffe bilden und begreifen

Fehlendes finden

Überraschendes klären

Argumentieren, Kommunizieren

Mathematik (hinein-)sehen





Walter Affolter www.mathbu.ch



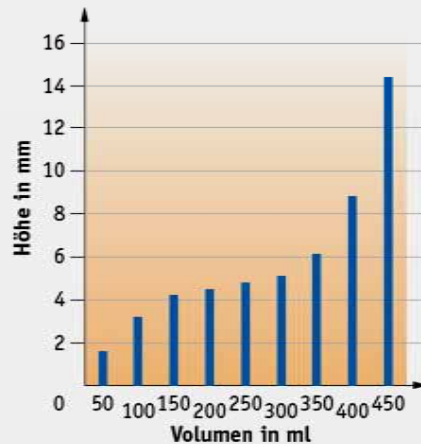
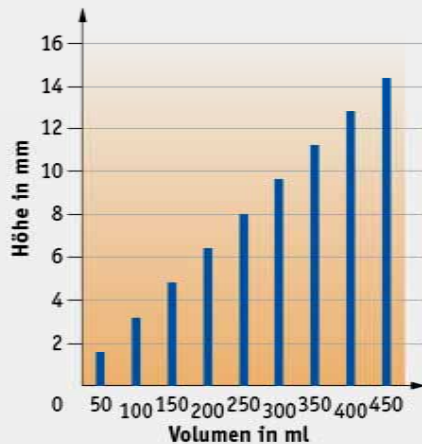
Rundkolben füllen

Walter Affolter www.mathbu.ch

Aufgabe der Woche

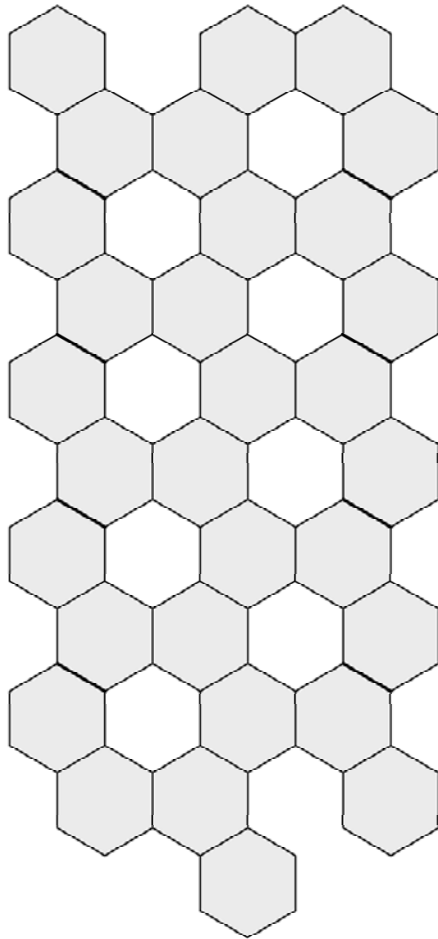
Suche dir einige Gefäße mit besonderen Formen, wie z. B. einen Getränkebecher oder eine Vase.

Stelle in das erste Gefäß einen Maßstab oder ein Lineal wie in der Abbildung. Gieße nun 50 ml in das Gefäß, lies die Füllhöhe ab und notiere sie. Gieße nun immer wieder 50 ml hinzu und lies ab, bis das Gefäß voll ist. Stelle die Füllhöhen in einem Strichdiagramm dar. Verfahre nun für die anderen Gefäße genauso. Vergleiche und erkläre die Diagramme. Welche Form müssten Gefäße haben, die zu folgenden Diagrammen führen?



**Fokus Mathematik
Band 2 Gymnasium
Baden-Württemberg.
Cornelsen 2005**

Es wird wirklich rund ...



Noch etwas angewandte Mathematik ...

Schneide die Figur aus,
schneide entlang der dicken
Linien ein, nur die grauen
Flächen bleiben stehen.
Falte entlang der dünnen
Linien – und zwar immer
nach der gleichen Seite.

Wenn man das entstandene
Gebilde in der Hand dann
leicht zusammendrückt,
entsteht ganz von selbst...

Felix Klein (1849–1925) und Alexander von Brill (1842–1935):

Gemeinsame Arbeit an der Technischen Hochschule München
1875–1880 in der Ausbildung von Ingenieurstudenten

**Entwicklung der ersten
fasslichen mathematischen
Modelle zu Unterrichts-
zwecken**

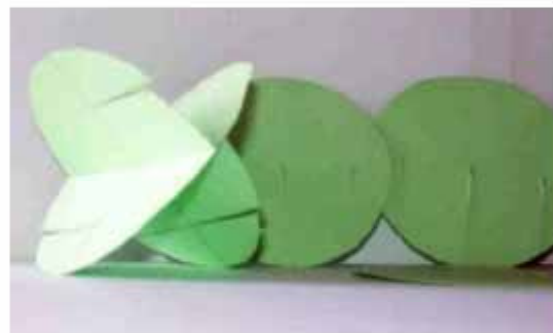
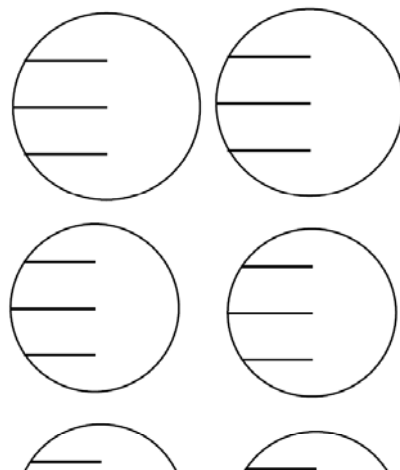


<http://didaktik.mathematik.uni-halle.de>

Historische Sammlung am Institut für Mathematik, Universität Halle-Wittenberg



Schon an der Kugel lässt
sich Interessantes mit dem
Schnitt-Blick entdecken ...



<http://didaktik.mathematik.uni-halle.de>

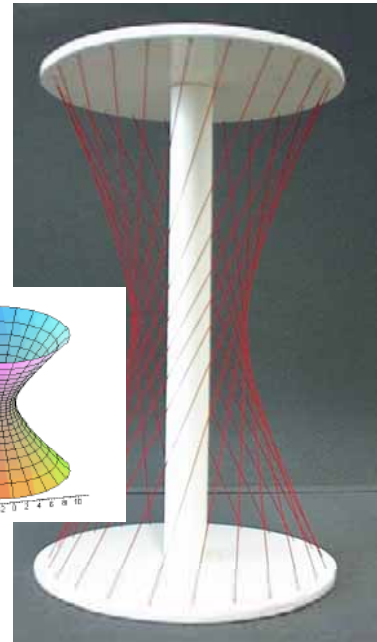
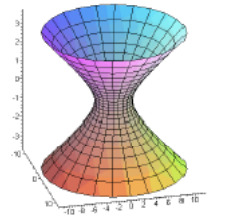
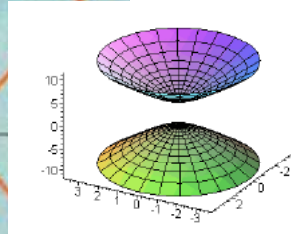
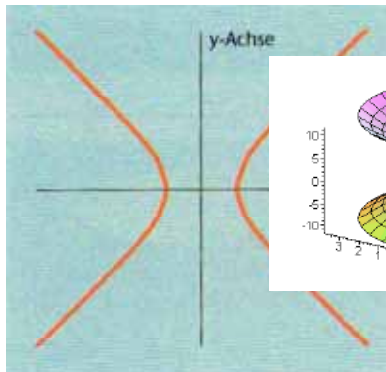
***Eodem modo literis atque arte
animos delectari posse.***

**Georg Cantor 1869,
1. These seiner
Habilitationsschrift**



<http://didaktik.mathematik.uni-halle.de>

Lässt man eine Hyperbel um die x-Achse oder um die y-Achse rotieren, so beschreibt die Kurve eine Fläche – ein zweischaliges oder ein einschaliges Hyperboloid.



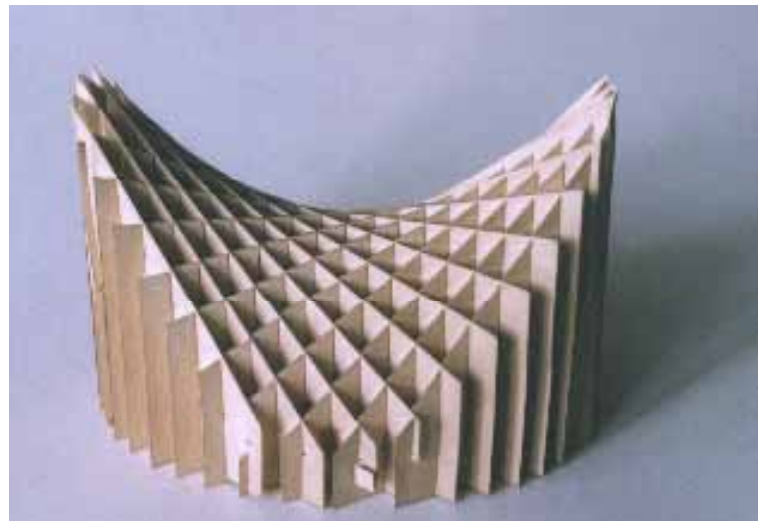
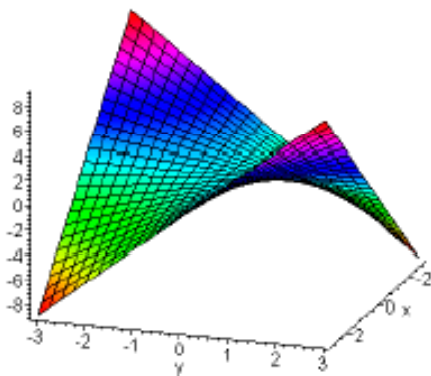
Besonderheit des einschaligen Hyperboloids:

Auf der Fläche gibt es Scharen von geraden Linien (die Erzeugenden).

Die Fläche ist in jedem Punkt in zwei Richtungen gekrümmt.

(→ Sattelfläche)

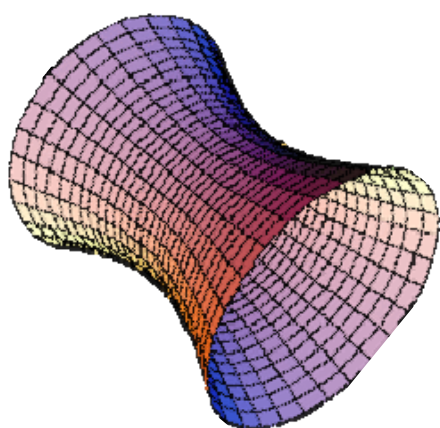
<http://didaktik.mathematik.uni-halle.de>



... eine Sattelfläche aus Papp-Trapezen

<http://didaktik.mathematik.uni-halle.de>

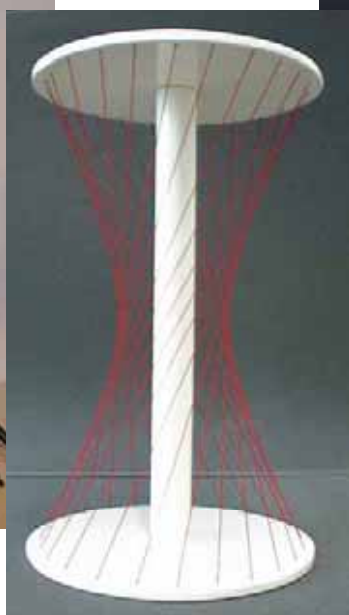
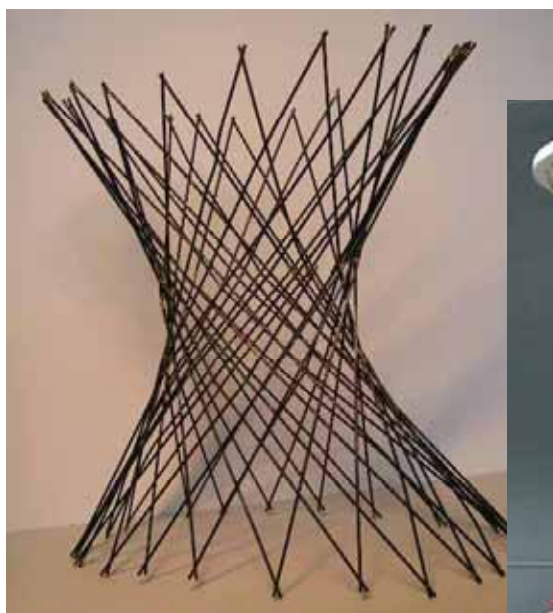
Historische Sammlung am Institut für Mathematik, Universität Halle-Wittenberg



<http://didaktik.mathematik.uni-halle.de>

Historische Sammlung am Institut für Mathematik, Universität Halle-Wittenberg

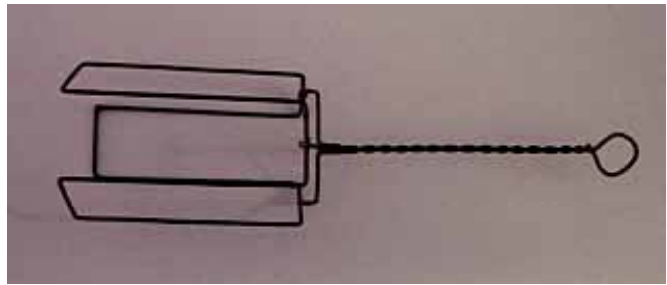
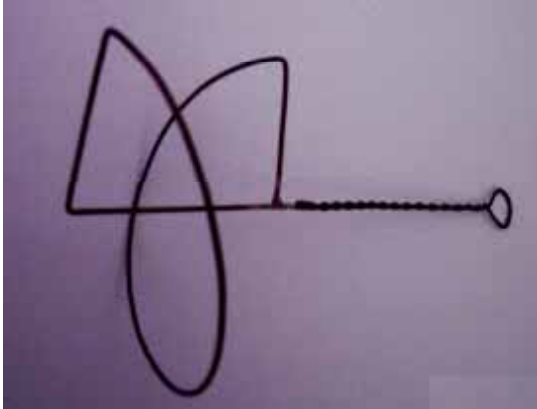
Von der Gerade zum Körper



<http://didaktik.mathematik.uni-halle.de>

Historische Sammlung am Institut für Mathematik, Universität Halle-Wittenberg

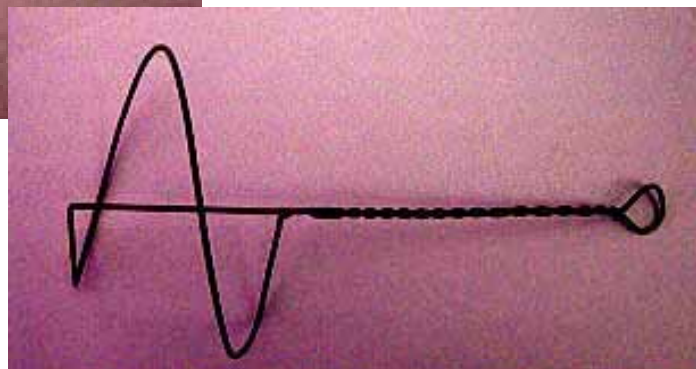
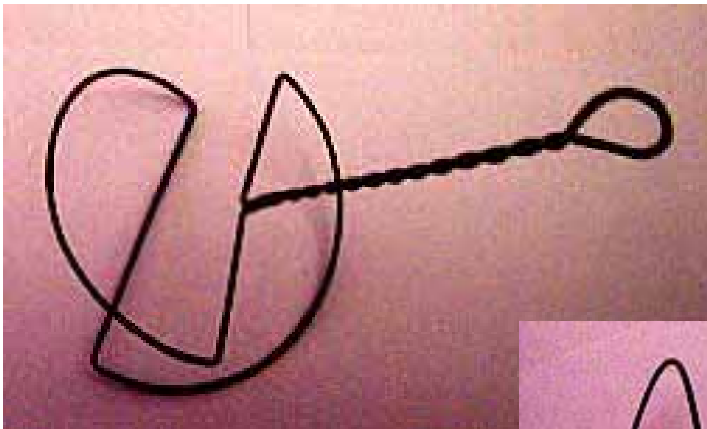
Entdeckungen der besonderen Art ...



Veranschaulichung von
Minimalflächen durch
Seifenhäutchen
in Drahtgestellen

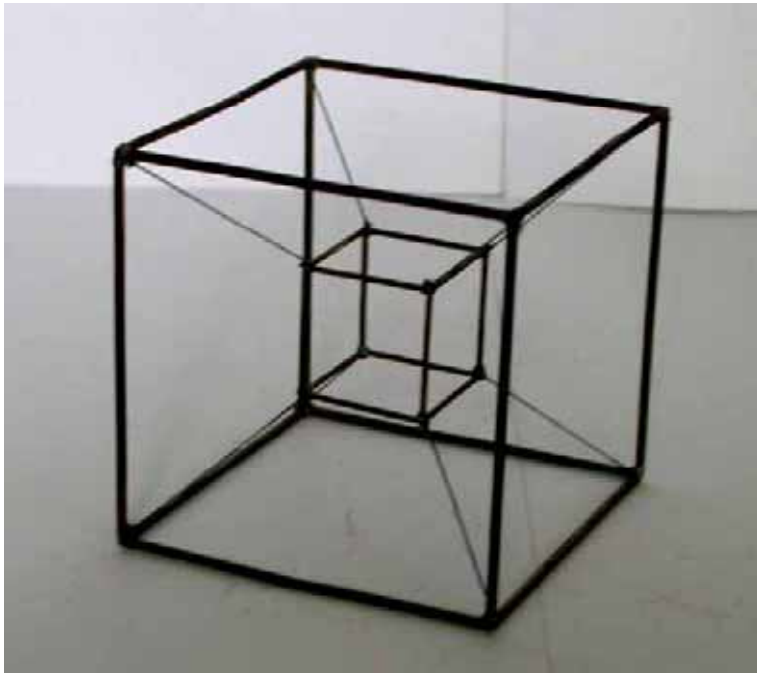
<http://didaktik.mathematik.uni-halle.de>

Historische Sammlung am Institut für Mathematik, Universität Halle-Wittenberg



<http://didaktik.mathematik.uni-halle.de>

Historische Sammlung am Institut für Mathematik, Universität Halle-Wittenberg



**4-dimensionaler
Würfel ...**

**... als
3-dimensionale
Projektion**

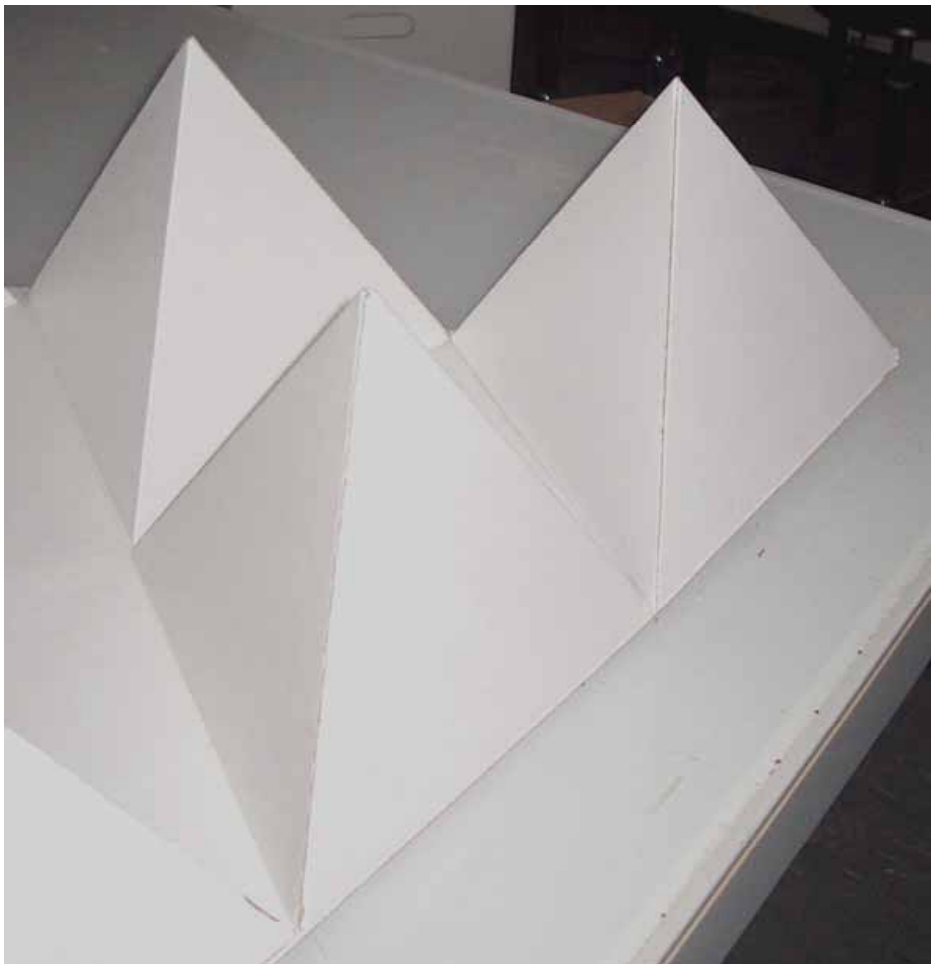
<http://didaktik.mathematik.uni-halle.de>

Historische Sammlung am Institut für Mathematik, Universität Halle-Wittenberg

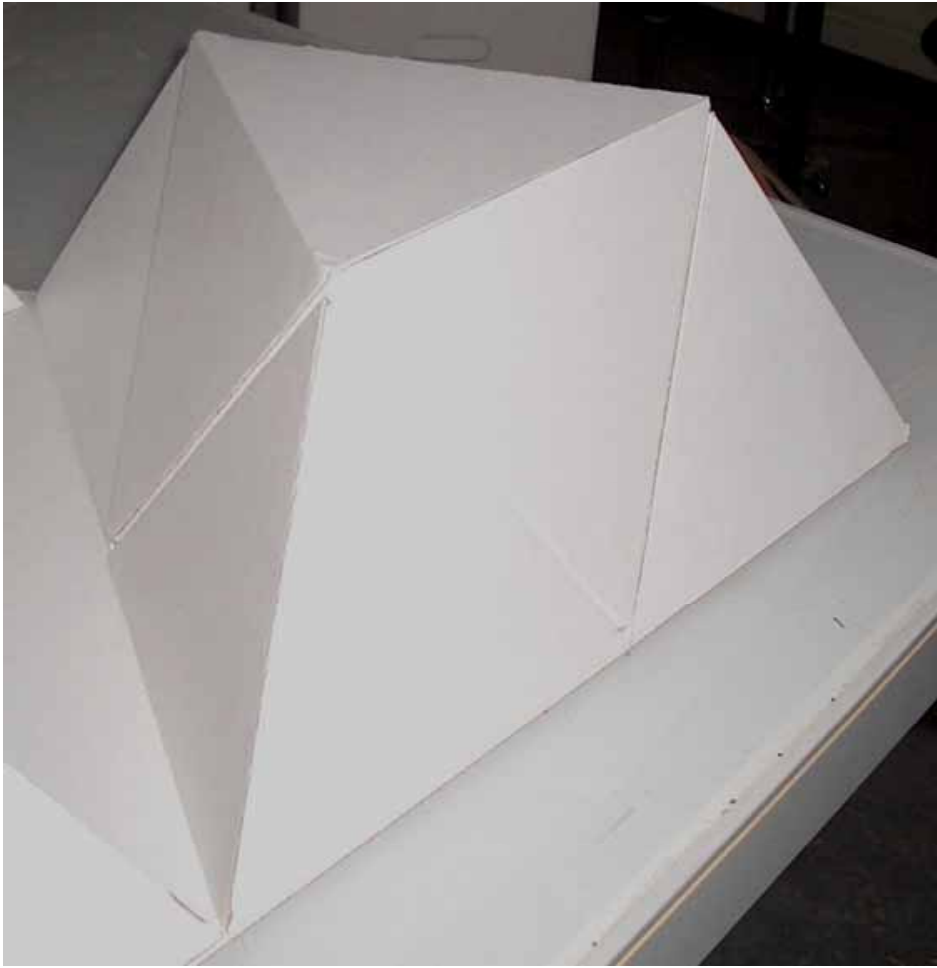
Es ist wirklich unglaublich ...



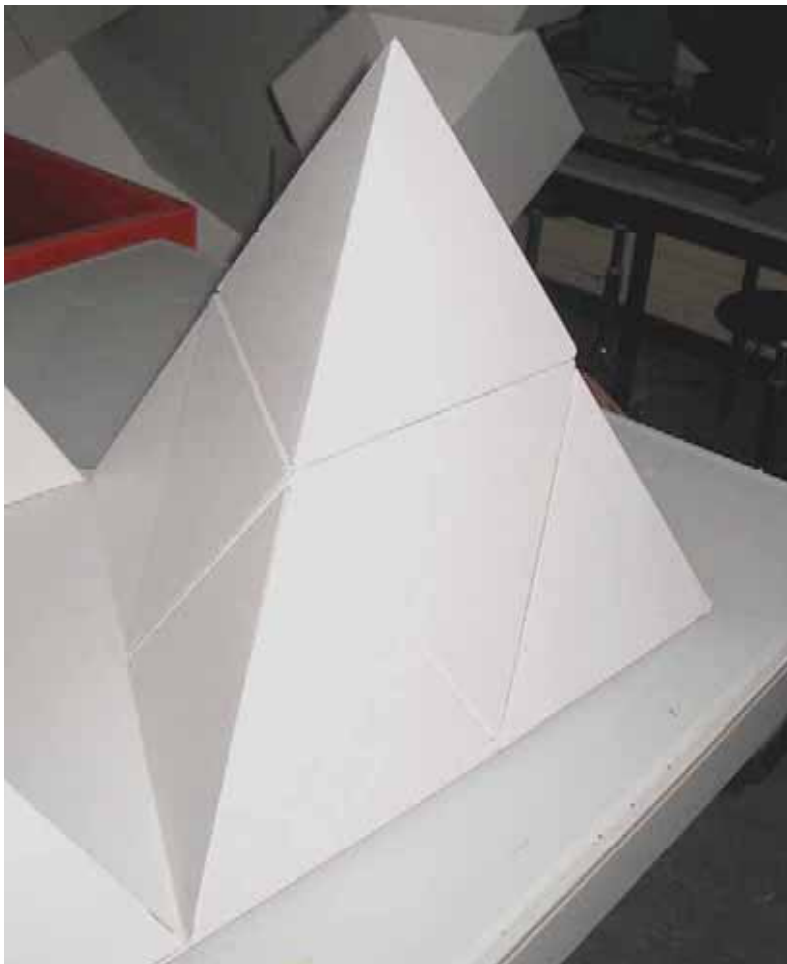
**August Ferdinand
Möbius (1790–1868)**



Heinz Klaus Strick



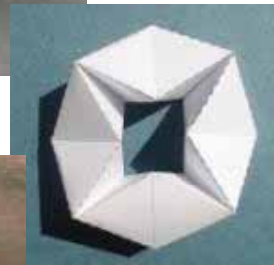
Heinz Klaus Strick



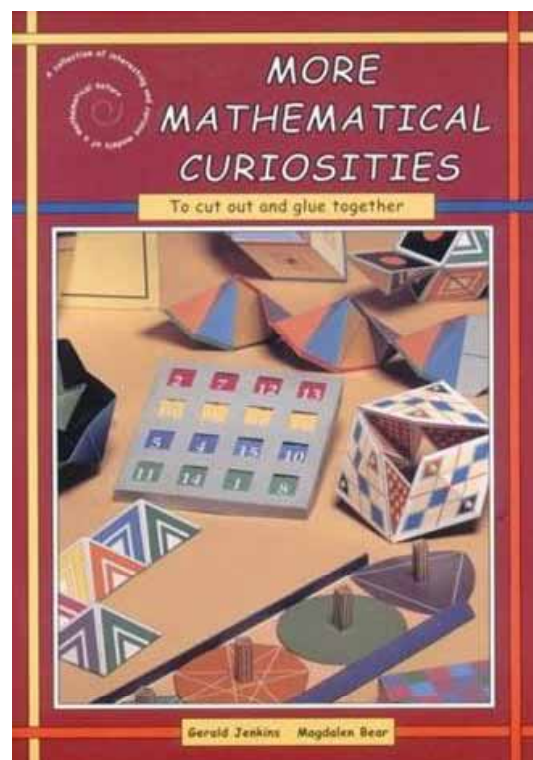
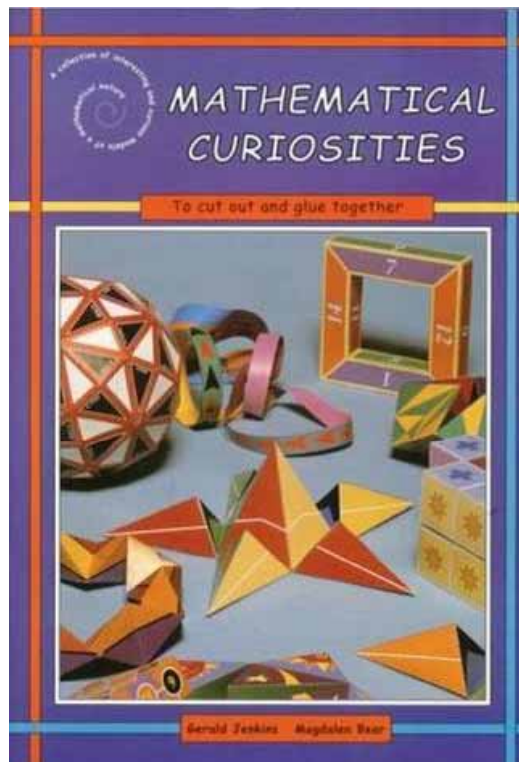
Heinz Klaus Strick

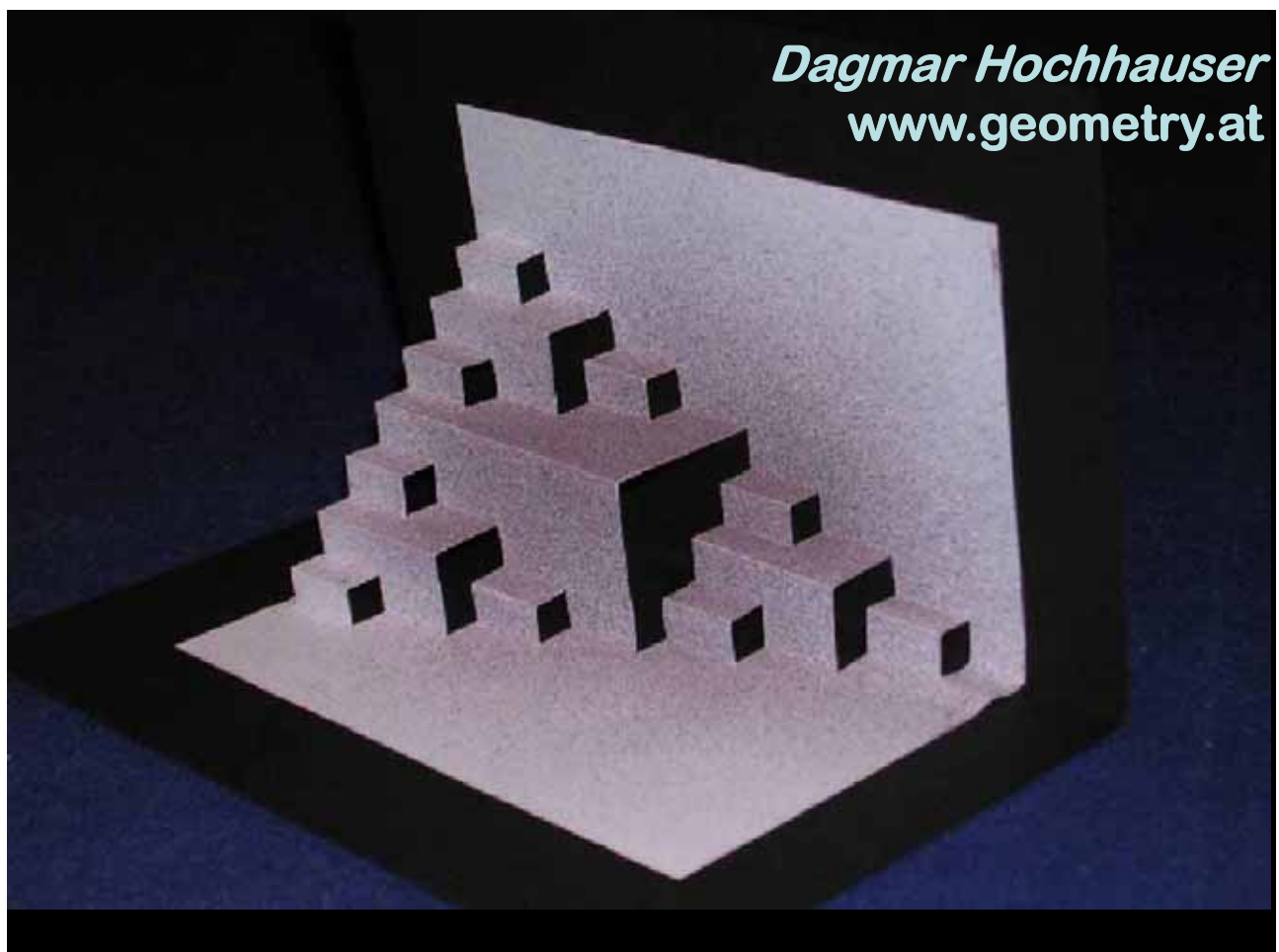


Kaleidozyklen ...



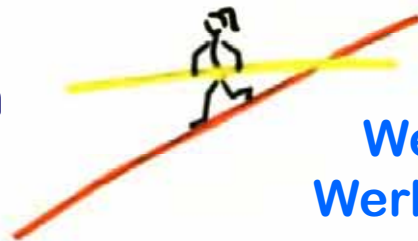
www.mathematische-basteleien.de







Rezepte
Regeln
Rechnen



Wege wählen,
Werkzeuge wählen

Begriffe bilden und begreifen

Fehlendes finden

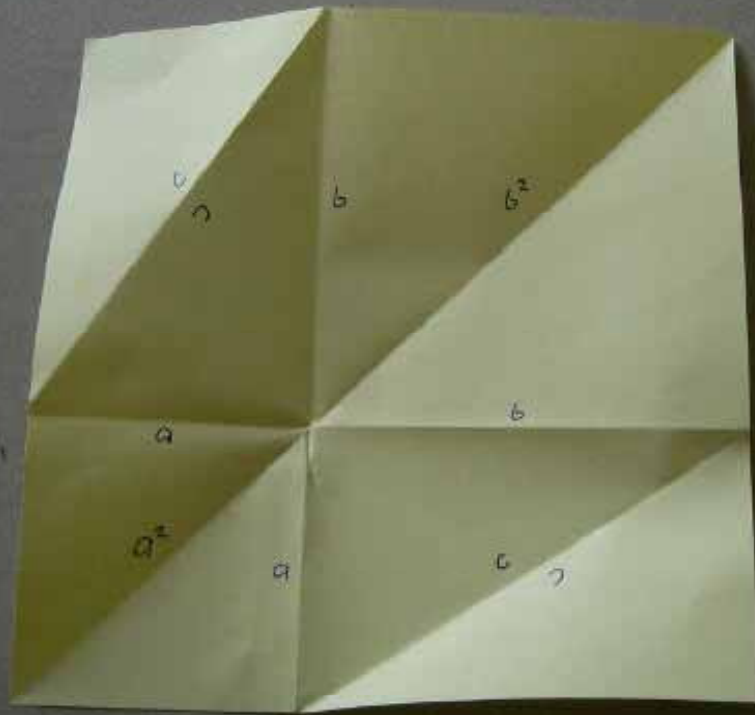
Überraschendes klären

Argumentieren, Kommunizieren

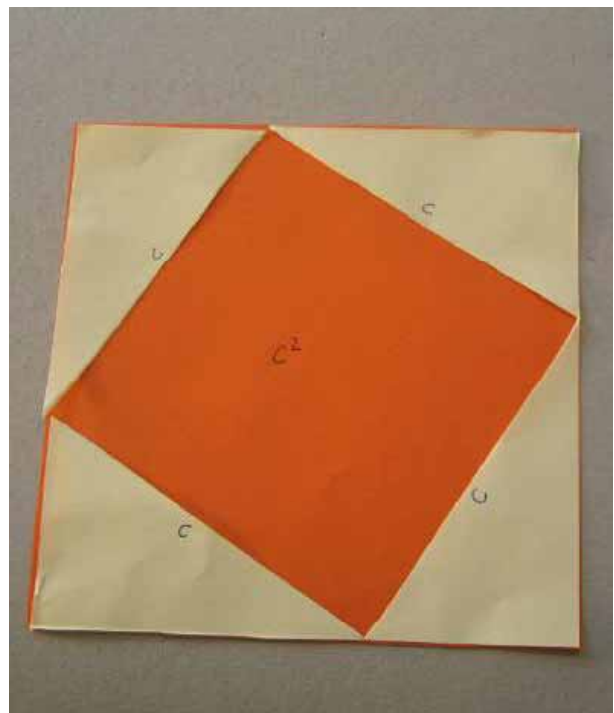
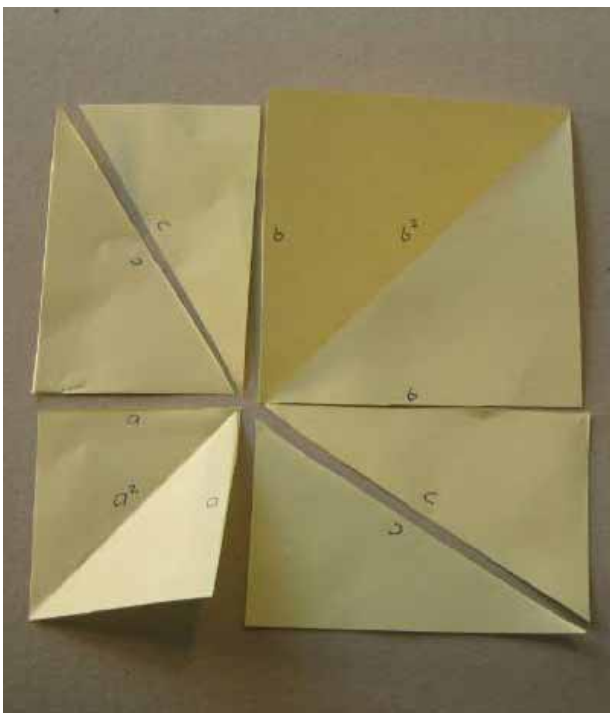
Mathematik (hinein-)sehen



www.faltgeometrie.ch



www.faltgeometrie.ch

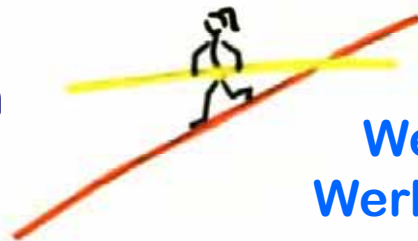


**Staunen ist, wie wir seit Aristoteles wissen,
nicht das Ende, sondern der Anfang vieler
tieferreichender Bemühungen.**

Hans Schupp

*Hans Schupp:
Allgemeinbildender Stochastikunterricht.
In: Stochastik in der Schule 24 (2004) 3, 4–13*

**Rezepte
Regeln
Rechnen**



**Wege wählen,
Werkzeuge wählen**

Begriffe bilden und begreifen

Fehlendes finden

Überraschendes klären

Argumentieren, Kommunizieren

Mathematik (hinein-)sehen





Idee: Sigrid Knaak
mathematik lehren 145 / Dezember 2007



Robert Müller
www.geometry.at

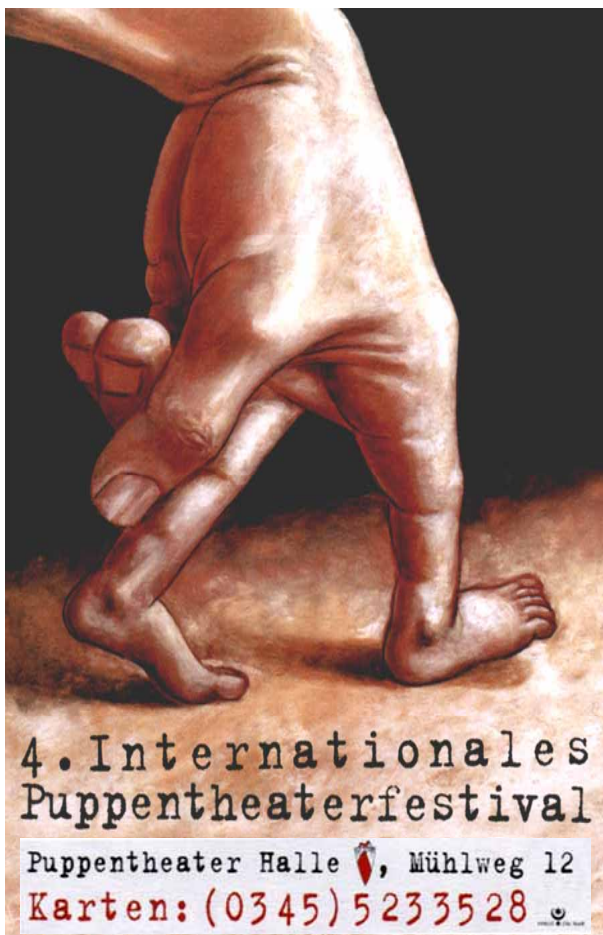
Faltschachteln in der Praxis



Das Adenauer-Denkmal vom Künstler Hubertus von Pilgrim

Wie groß müsste wohl ein entsprechendes Denkmal sein, wenn es Adenauer „von Kopf bis Fuß“ in demselben Maßstab darstellen soll?

*Herget/Jahnke/Kroll:
Produktive Aufgaben für den
Mathematikunterricht in der Sek I*



Wie groß müsste eine Riesen-Puppe sein, damit diese „Füße“ an ihren Fingern so groß sind wie deine Füße?

*Büchter/Herget/
Leuders/Müller:
Die Fermi-Box. 2007*





**Wie viel Liter Wasser
passen in diese
beiden Fässer?**

*Herget/Jahnke/Kroll:
Produktive Aufgaben für den
Mathematikunterricht in der Sek I*



2001

**Fermi-Fragen
und
Foto-Fragen**

**Enrico Fermi (1901–1954)
Nobelpreis Physik 1938**

Von allerlei Kugeln

„Es war einmal ein König, der hatte vier Töchter. Eine war schöner als die andere, aber die jüngste war die allerschönste ...“ So beginnt das Märchen vom Froschkönig.

Und die Jüngste war nicht nur die Schönste, sondern offensichtlich auch die Stärkste, denn „sie spielte mit ihrer goldenen Kugel, warf sie in die Luft und fing sie mit beiden Händen wieder auf“.

Wie schwer ist wohl die Goldkugel, mit der die Prinzessin auf diesem Bild spielt?

Idee: Regina Bruder

Herget/Jahnke/Kroll:
Produktive Aufgaben für den
Mathematikunterricht Sek I,
Cornelsen 2008⁶



Wie lang ist eigentlich ...?



**Büchter/Herget/
Leuders/Müller:
Die Fermi-Box. 2007**



Wie lang ist eigentlich ...?



**Büchter/Herget/
Leuders/Müller:
Die Fermi-Box. 2007**



**Wie viele Tennisbälle passen
wohl in einen Airbus A380?**

Cornelsen Mathemeisterschaft 2005



Wie viel Quadratmeter Stoff wird man für das stattliche Arminen-Trikot gebraucht haben?

Im Winter wird's natürlich auch mal kalt. Wie viel Meter Wolle bräuchte man wohl, um für das Hermannsdenkmal passende Handschuhe zu stricken?

Cornelsen Mathemeisterschaft 2005

Größtes Schoko-Ei

SINT-NIKLAAS. Das größte Schokoladen-Osterei der Welt haben 26 Meister-Chocolatiers in Belgien geformt. Fast 2000 Kilogramm Schokolade waren für die 8,32 Meter hohe und 6,39 Meter breite Sehenswürdigkeit nötig.

525 Stunden arbeiteten die Spezialisten an dem Ei. Aber: Essbar ist es nicht, weil es konserviert werden musste.

Braunschweiger Zeitung, 26.3.2005



Wie dick ist wohl die Schokoladen-Schale gewesen?

Klasse 9/10 - Cornelsen Mathemeisterschaft 2006



www.energie-fuer-morgen.de

Wie schwer
...?

Klasse 5/6 – Cornelsen Mathemeisterschaft 2008

Ein Buch soll verschenkt werden.
Also her mit Geschenkpapier und Schmuckband.
Zum Beispiel so oder so ...



... oder so:



Wie sollte man in diesen drei Fällen jeweils wickeln,
sodass möglichst wenig Band gebraucht wird?

Und: Habt ihr noch andere Ideen zum sparsamen Wickeln?

Klasse 7/8 – Cornelsen Mathemeisterschaft 2008

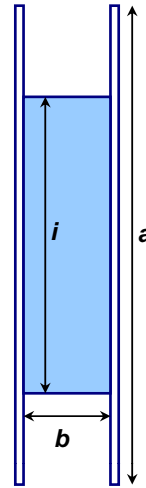
Die Deko-Schnur

Eine Plastikschnur wird auf eine Rolle aufgewickelt.

Die Plastikschnur hat einen kreisrunden Querschnitt mit dem Durchmesser $d = 0,4 \text{ mm}$. Der innere Durchmesser der Rolle beträgt $i = 5,5 \text{ cm}$, der äußere Durchmesser $a = 7 \text{ cm}$.

Die Breite der Wickelfläche beträgt $b = 1,9 \text{ cm}$.

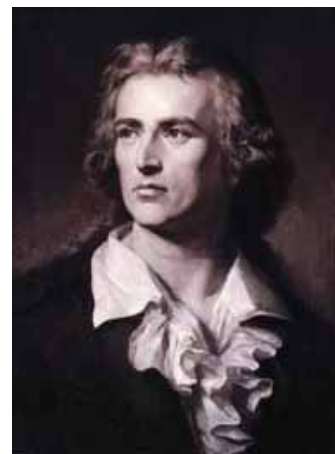
Wie viel Meter Schnur passen auf diese Rolle, wenn die Schnurwindungen nicht über den äußeren Rand herausragen dürfen?



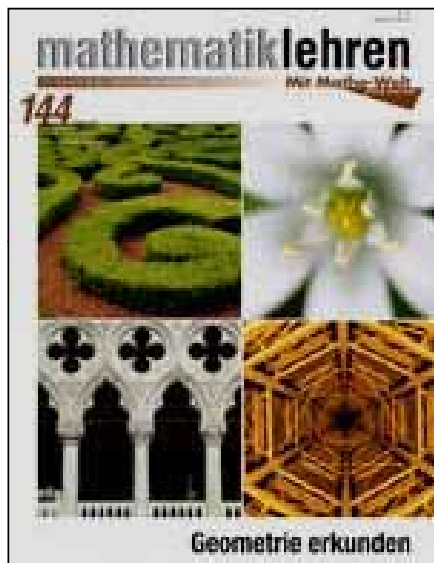
Klasse 9/10 – Cornelsen Mathemeisterschaft 2008

**Dreifach ist des Raumes Maß:
Rastlos fort ohn' Unterlaß
Strebt die Länge fort ins Weite,
Endlos gießt sich die Breite,
Grundlos senkt die Tiefe sich.**

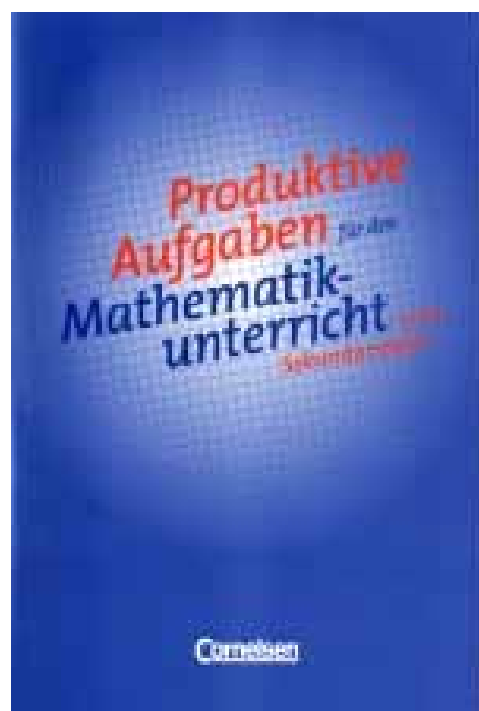
*Friedrich von Schiller
1759 – 1805*



➡ **mathematik lehren**
Friedrich Verlag
PF 10 01 50, 30917 Seelze



➡ **Herget, W.; Jahnke, T.; Kroll, W.:**
Produktive Aufgaben für den MU
in der Sek I
Cornelsen, Berlin 2001



- ➡ **Büchter, A.; Herget, W.; Leuders, T.; Müller, J.:**
Die Fermi-Box
Friedrich Verlag, Seelze 2007



- ➡ **Blum, W.; Drücke-Noe, C.; Hartung, R.; Köller, O.:**
Bildungsstandards Mathematik: konkret.
Sek. I: Aufgabenbeispiele,
Unterrichtsanregungen,
Fortbildungsideen
Cornelsen Scriptor, Berlin 2006



- ➡ **Herget, W.; Scholz, D.:**
Die etwas andere Aufgabe.
Mathematik-Aufgaben Sek I
– aus der Zeitung
Kallmeyer, Seelze 1998

