Frage 1

Stellen Sie sich vor, Sie würden 24-mal eine Münze werfen. Wie könnte z. B. das Protokoll Ihres Zufallsversuchs aussehen? Tragen Sie ein Beispiel ein, wie es Ihrer Meinung ablaufen könnte (W für Wappen, Z für Zahl).

Frage 2

In einem Gefäß sind 10 Kugeln, 9 schwarze und 1 weiße. Sie und Ihr Partner dürfen sich abwechselnd eine Kugel herausnehmen. Wer die weiße Kugel zieht, hat gewonnen. Möchten Sie mit dem Ziehen anfangen?

Ja, da ich dann größere Chancen habe.	**Nein,** denn je länger ich warte, um so größere Chancen habe ich.	**Egal**, es spielt keine Rolle, wer anfängt.

Frage 2

- Beim Ziehen ohne Zurücklegen spielt es keine Rolle, wer anfängt.
- Verwechslung der Wahrscheinlichkeit für das Ziehen der weißen Kugel genau beim k-ten Mal mit der (bedingten) Wahrscheinlichkeit für das Ziehen der weißen Kugel auf der k-ten Stufe, nachdem bekannt ist, dass die weiße Kugel bisher noch nicht gezogen wurde.

Frage 2

- Begründung über Pfadregel:
- Wahrscheinlichkeit, dass die weiße Kugel genau beim 1. Mal gezogen wird: $^{1}/_{10}$
- Wahrscheinlichkeit, dass die weiße Kugel genau beim 2. Mal gezogen wird: $^{9}/_{10} \cdot {}^{1}/_{9} = {}^{1}/_{10}$
- Wahrscheinlichkeit, dass die weiße Kugel genau beim 3. Mal gezogen wird: $^{9}/_{10} \cdot {}^{8}/_{9} \cdot {}^{1}/_{8} = {}^{1}/_{10}$

Frage 2

- Begründung über Variation der Frage:

- Abwechselnd werden nacheinander 10 nummerierte Kugeln ohne Zurücklegen gezogen, und nachträglich (z. B. mit Hilfe eines Glücksrades) wird festgelegt, welche der Zahlen gewonnen hat.
- Abwechselnd werden nacheinander 10 Kugeln gezogen, so dass jeder am Ende 5 Kugeln hat. Die Wahrscheinlichkeit, dass die gewinnende Kugel darunter ist, ist für beide gleich.

Frage 3

Was ist richtig?	richtig	falsch
‘6 Richtige im Lotto’ ist wahrscheinlicher als 5-mal hintereinander Wappen.		
‘6 Richtige im Lotto’ ist wahrscheinlicher als 10-mal hintereinander Wappen.		
‘6 Richtige im Lotto’ ist wahrscheinlicher als 15-mal hintereinander Wappen.		
‘6 Richtige im Lotto’ ist wahrscheinlicher als 20-mal hintereinander Wappen.		
‘6 Richtige im Lotto’ ist wahrscheinlicher als 25-mal hintereinander Wappen.		
‘6 Richtige im Lotto’ ist wahrscheinlicher als 30-mal hintereinander Wappen.		

Frage 3

- Chancen für ‘6 Richtige im Lotto’: etwa 1:14 Millionen
- Es gilt: $2^{23} < 13.983.816 < 2^{24}$
- Überschlagsrechnung über 2er-Potenzen:
  - $2^{10} \approx 1000 = 10^3$ also
  - $2^{20} \approx 1$ Mio $= 10^6$ und daher
  - $2^{23} < 14$ Mio $< 2^{24}$
- Es ist also wahrscheinlicher, ‘6 Richtige im Lotto’ zu haben, als 24-mal (oder mehr) hintereinander Wappen zu werfen.

Frage 4

Wie lange muss man im Mittel einen Würfel werfen, bis jede Zahl mindestens einmal gefallen ist? Schätzen Sie die Anzahl!

6-mal	8-mal	10-mal	12-mal	14-mal	16-mal	18-mal	20-mal	22-mal	24-mal

Frage 4

- Erwartungswert der Anzahl der notwendigen Stufen bis zum Vorliegen einer vollständigen Serie:

$\mu = 6 \cdot (1 + {}^{1}/_{2} + {}^{1}/_{3} + {}^{1}/_{4} + {}^{1}/_{5} + {}^{1}/_{6}) = 14{,}7$

Frage 5

Eine Münze wird 1000-mal geworfen, d. h., wir können mit ca. 500-mal Wappen rechnen. Bei wie vielen Wappen würden Sie die Münze für manipuliert halten?

400	410	420	430	440	450	460	470	480	490	500	510	520	530	540	550	560	570	580	590	600

Frage 5

- Eine „richtige“ Antwort gibt es nicht.
- Die Festlegung von Annahme- und Verwerfungsbereich bei Hypothesen ist willkürlich.
- Im Laufe der Zeit hat man sich auf eine Niveau von z. B. 90 % bzw. 95 % geeinigt.
- Die 95 %-Umgebung (1,96σ-Umgebung) um den Erwartungswert $\mu = 500$ umfasst das Intervall [469 ; 531].
- Im Sinne eines Hypothesentests würden also alle Ergebnisse außerhalb dieses Intervalls zum Verwerfen der Hypothese $p = 0{,}5$ führen.

Fragen 6a/b

Die Kinder einer Klasse mit 30 (7) Kindern vereinbaren, sich zu Weihnachten gegenseitig etwas zu schenken.

Jeder bringt ein Geschenk mit, das in einen großen Sack gesteckt wird. Danach darf sich jeder (mit geschlossenen Augen) ein Geschenk aus dem Sack nehmen.

Schätzen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass irgendjemand aus der Klasse sein eigenes Geschenk erhält.

weniger als 10 %	zwischen 10 und 20 %	zwischen 20 und 30 %	zwischen 30 und 40 %	zwischen 40 und 50 %	über 50 %

Fragen 6a/b

Rencontre-Paradoxon

- Wahrscheinlichkeit für mindestens eine Übereinstimmung bei einer Gruppe von n Personen beträgt ungefähr 64 %

  $= 1 - \left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \ldots + (-1)^n \cdot \frac{1}{n!} \right)$

  $\approx 1 - \frac{1}{e} \approx 0{,}64$

- Es spielt praktisch kaum eine Rolle, ob man das Experiment in einer Gruppe von 30 oder 7 Personen durchführt!

Frage 7

Zu einer Bilderserie gehören 30 Bilder, die Haferflocken-Packungen beigefügt sind.

Die Bilder werden vom Hersteller gut gemischt auf die Packungen verteilt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man nach dem Kauf von 7 Packungen schon ein Bild doppelt hat?

weniger als 10 %	zwischen 10 und 20 %	zwischen 20 und 30 %	zwischen 30 und 40 %	zwischen 40 und 50 %	über 50 %

Frage 7

Geburtstags-Paradoxon in anderer Einkleidung

- Wahrscheinlichkeit für das Gegenereignis „Lauter verschiedene Bilder nach dem Kauf von 7 Packungen“:

$$\frac{30\cdot 29\cdot 28\cdot 27\cdot 26\cdot 25\cdot 24}{30^7}$$

- Das gesuchte Ereignis hat eine Wahrscheinlichkeit von mehr als 50 %.