

Lösungshinweise zu den Abschnitten 1 bis 3:

Arbeitsblatt 1:

Es entsteht eine Ellipse – wenn man nur Geduld genug hat, viele Punkte zu zeichnen und auch vor einem Wechsel des Papierstreifens von einem Quadranten des Koordinatensystems in den anderen nicht zurückscheut.

Arbeitsblatt 2:

Aus der Konstruktion leitet man folgende Zusammenhänge ab:

1. Die Dreiecke MUS und MSV sind gleichschenkelig und es gilt $SM = SU = SV$.
Zum Nachweis dieser Eigenschaft kann man folgende Überlegungen benutzen:
S ist nach Konstruktion der Mittelpunkt des Rechtecks RQEP.
Mithin ist das Dreieck QES gleichschenkelig: $QS = ES$.
Wegen der Parallelität der Strecken QE und MU ist auch das Dreieck MUS gleichschenkelig: $MS = SU$.

Analog zeigt man, dass das Dreieck MSV gleichschenkelig ist und $MS = SV$ gilt.

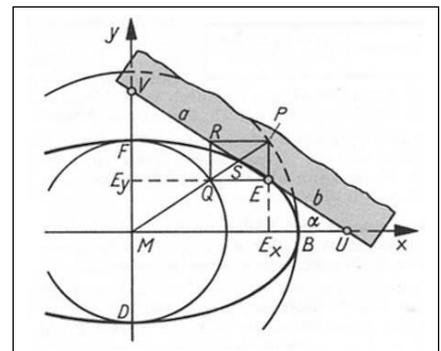
2. Wegen $SU = SV$ folgt, dass S der Mittelpunkt der Strecke UV ist.
3. Mit $EU = SU - ES = MS - QS = MQ = a$ und $EV = VS + SE = MS + QS = MS + SP = b$ ergibt sich $UV = a + b$.
4. Bezeichnet man $\angle SMU$ durch α , so gilt:

$$\cos(\alpha) = \frac{x}{b} \quad (\text{im Dreieck } UEE_x) \quad \text{und} \quad \sin(\alpha) = \frac{y}{a} \quad (\text{im Dreieck } EVE_y)$$

(wenn E_x resp. E_y die Fußpunkte der Projektionen von Punkt E auf die Achsen bezeichnen).

5. Damit ergibt sich: $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = \cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$,

d.h. E liegt auf einer Ellipse mit den Halbachsen a und b.



Den Zusammenhang mit der Papierstreifenkonstruktion zeigt diese Skizze:

Arbeitsblatt 3:

Beide historischen Ellipsenzirkel beruhen auf dem Prinzip der Papierstreifenkonstruktion:

Bei dem zuerst abgebildeten der beiden Geräte ist dies offensichtlich: An die Stelle des Papierstreifens ist das Lineal mit dem eingesetzten Bleistift getreten.

Bei dem Messing-Ellipsenzirkel sind es die Mittelpunkte der beiden Kreise - jeweils durch zwei Randschienen eingespannt - , die sich auf zwei zueinander senkrechten Geraden (den Achsen des Koordinatenkreuzes) bewegen. Die Funktion des „Streifens“ übernimmt hier also die Gerade, die durch die beiden Kreismittelpunkte verläuft. Auf ihr ist auch der Bleistift(punkt) montiert.